Tracção Eléctrica

Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade Nova de Lisboa

MIEEC

(Tracção Eléctrica Ferroviária)

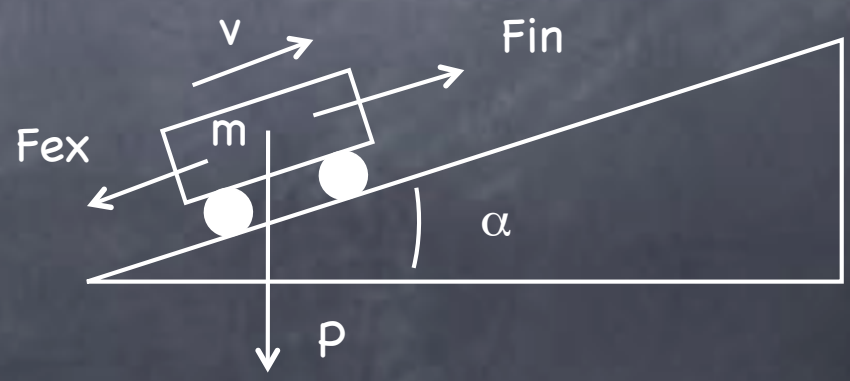
João Martins - 2018/2019

Equações mecânicas do movimento

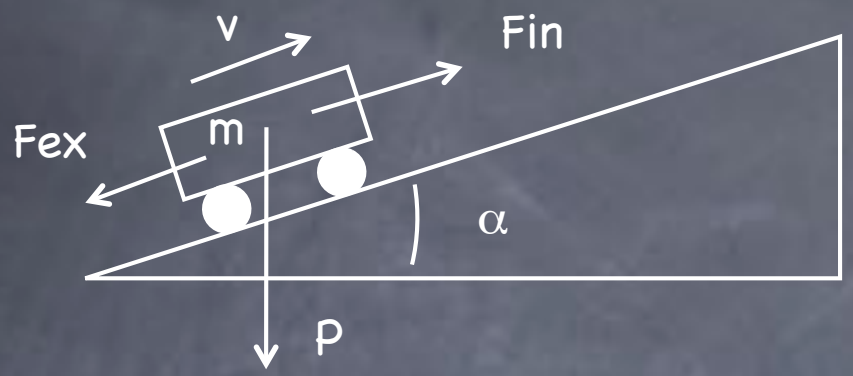
Existem vários pontos de vista: do motor ou do passageiro...

Um grau de liberdade...
Equações de Newton unidimensionais...





Equações mecânicas do movimento



$$m^*a = Fin - Fex$$

$$m^* = \xi\, m$$

Factor de correcção referente
às massas inerciais do comboio

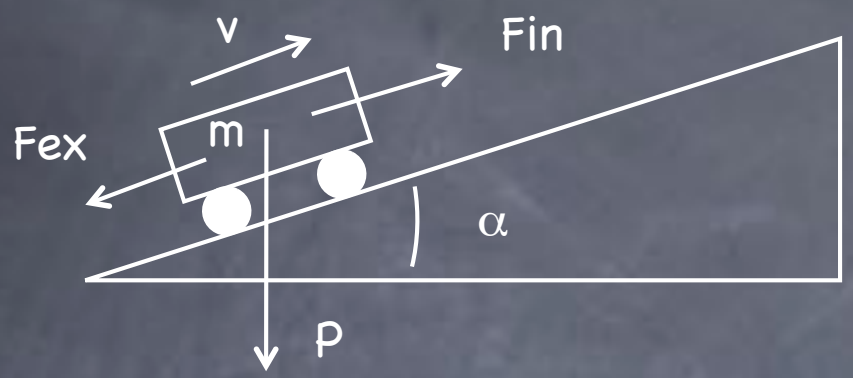
Fin: Forças produzidas pelos motores do comboio

> 0 Tracção

< 0 Travagem

Fex: Forças exteriores ao comboio

Equações mecânicas do movimento



Para existir movimento inicial:

Fin > Fex

Para existir movimento a velocidade constante:

Fin = Fex

Para uma dada Fin (forças produzidas pelos motores do comboio) admite-se, como hipóteses simplificativas:

- Os n motores do comboio são iguais
- Todos desenvolvem o mesmo esforço de tracção
- O coeficiente de aderência é igual para todas as rodas
- Todas as rodas possuem o mesmo diâmetro

Equações mecânicas do movimento

$F = Fin - Fex = m\ a$

Caso mais simples: $Fex = k_0 + k_1 v + k_2 v^2$

Lei de controlo:

$v < 120$ km/h => $Fin = Fmax$

$v > 120$ km/h => $v = cte$

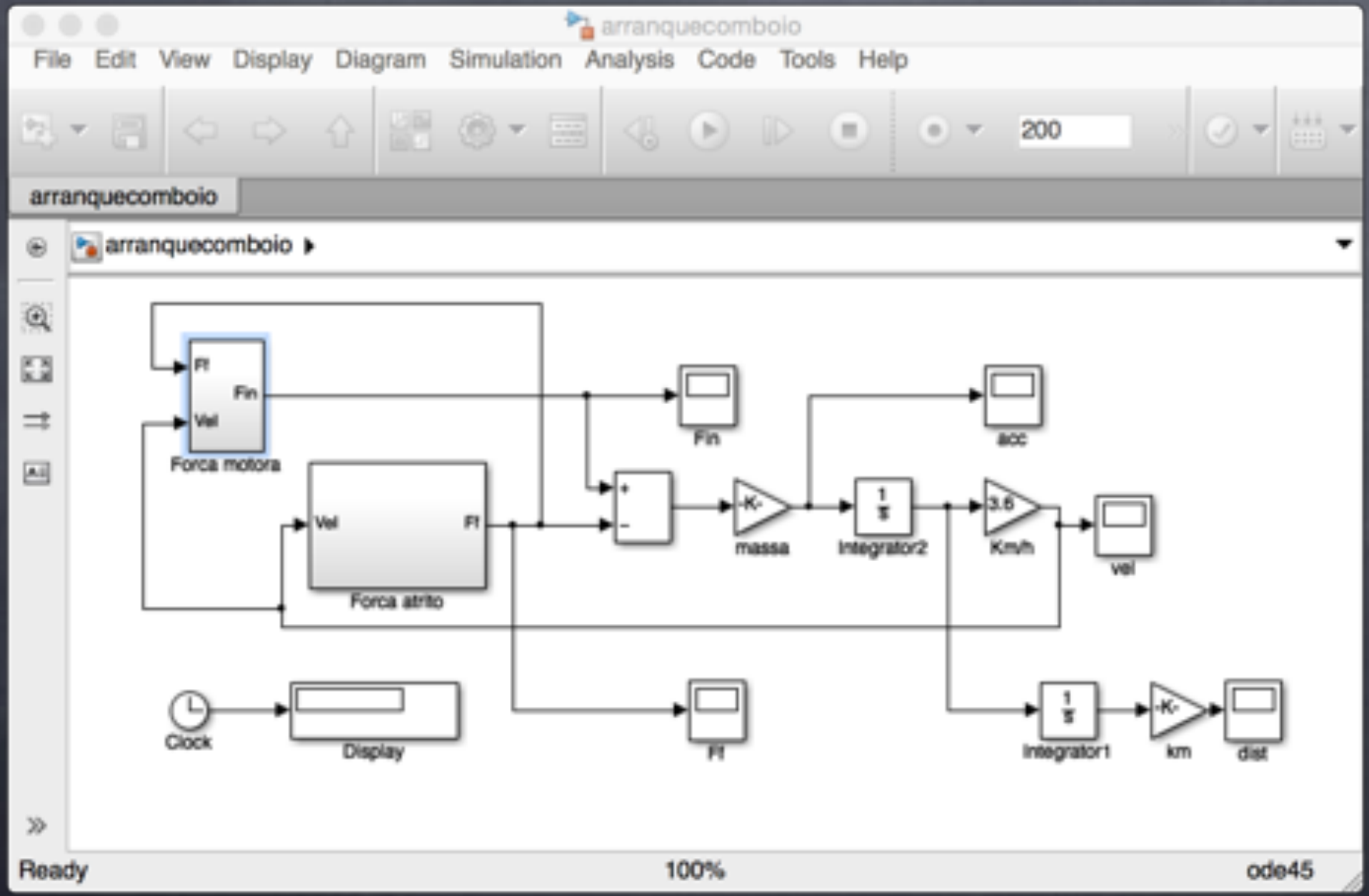
Simulação:

$a = F / m$

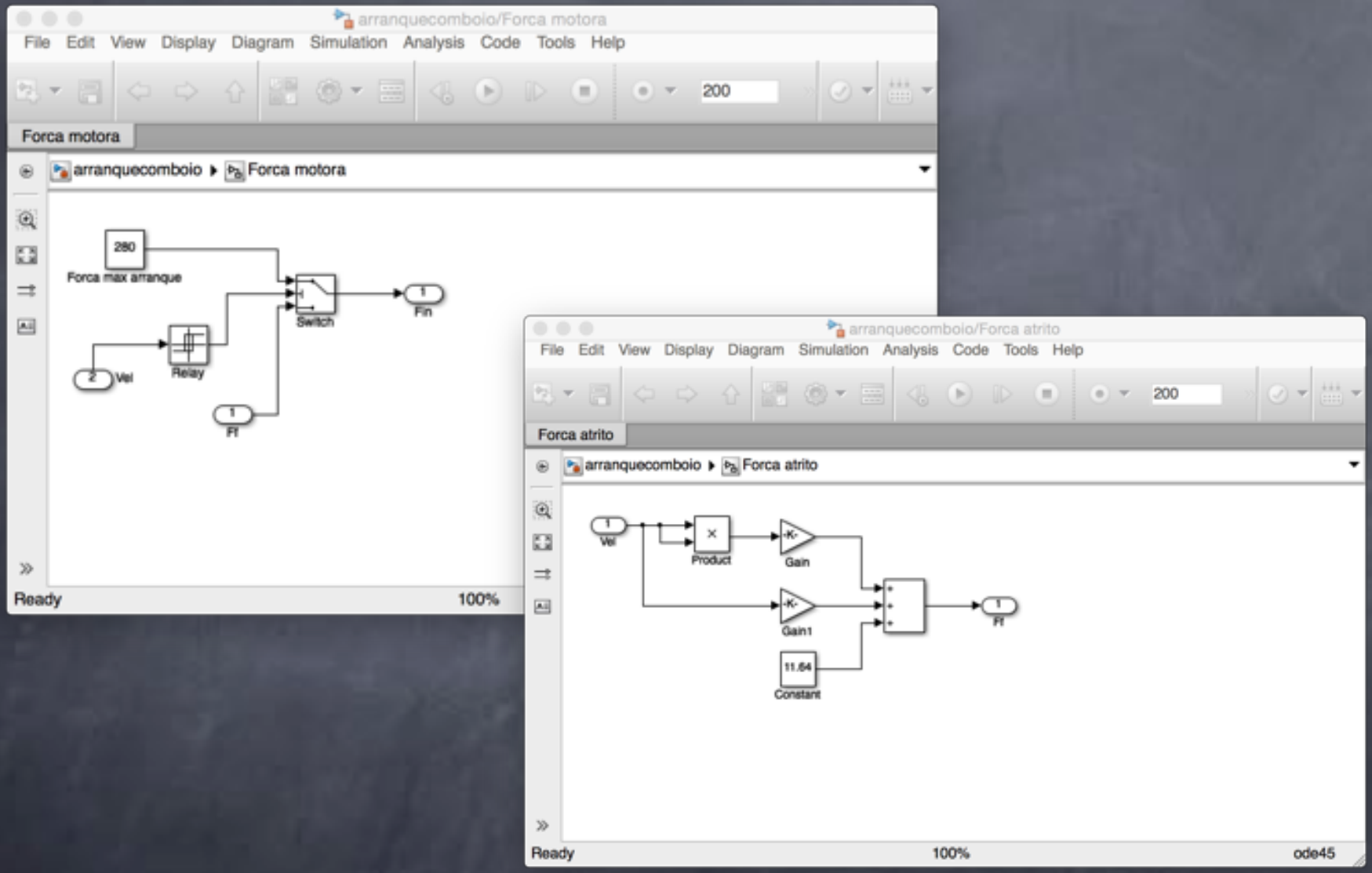
$v = \int a\ dt$

$x = \int v\ dt$

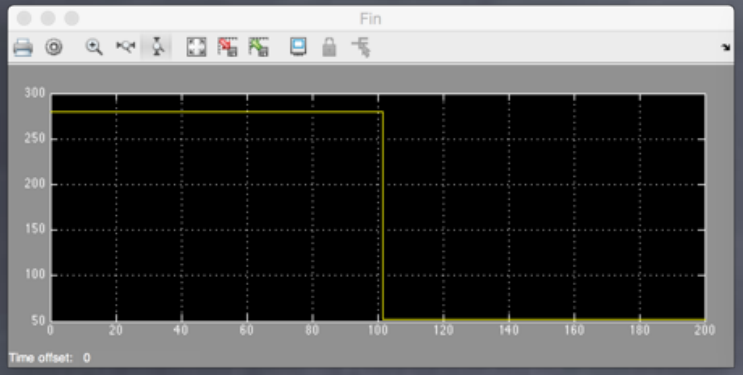
Equações mecânicas do movimento

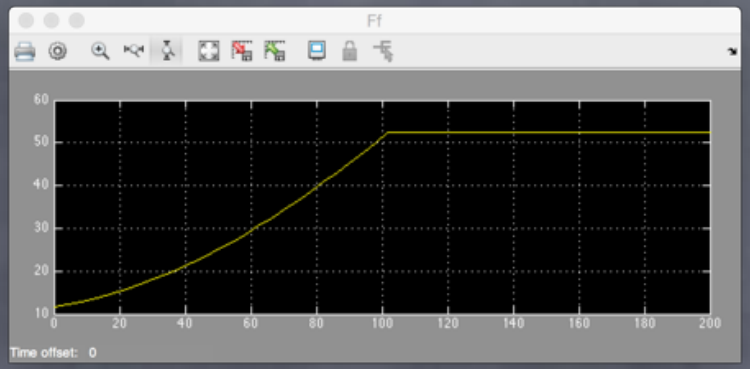


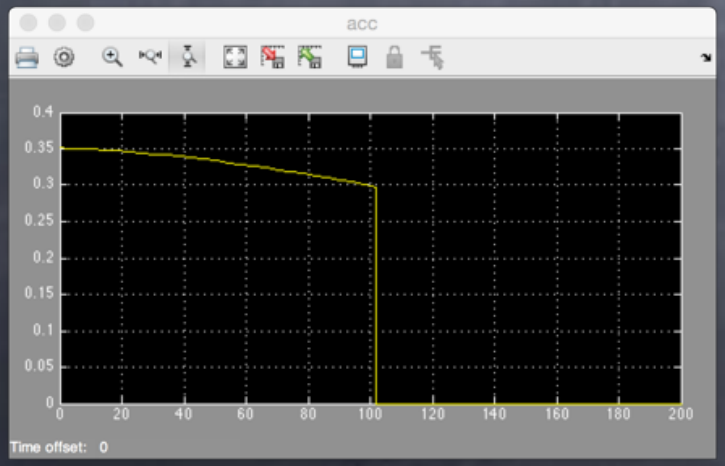
Equações mecânicas do movimento

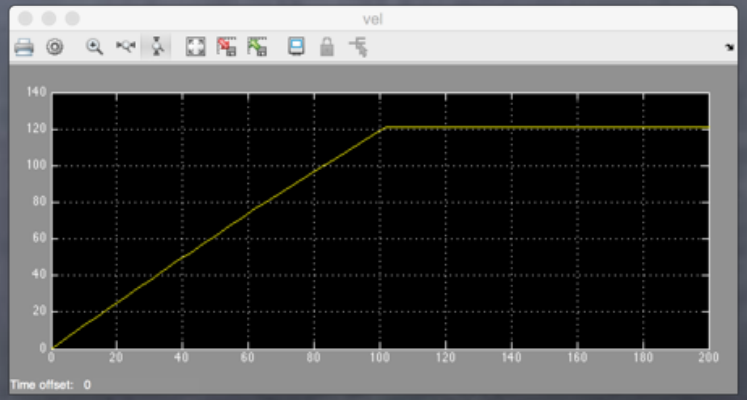


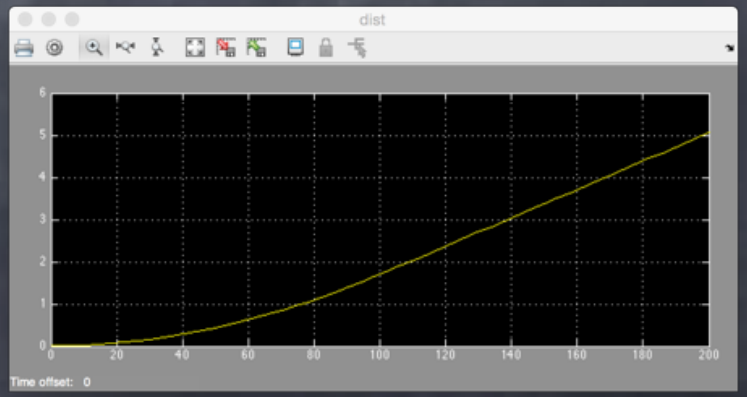
Equações mecânicas do movimento











Equações mecânicas do movimento



Equações mecânicas do movimento

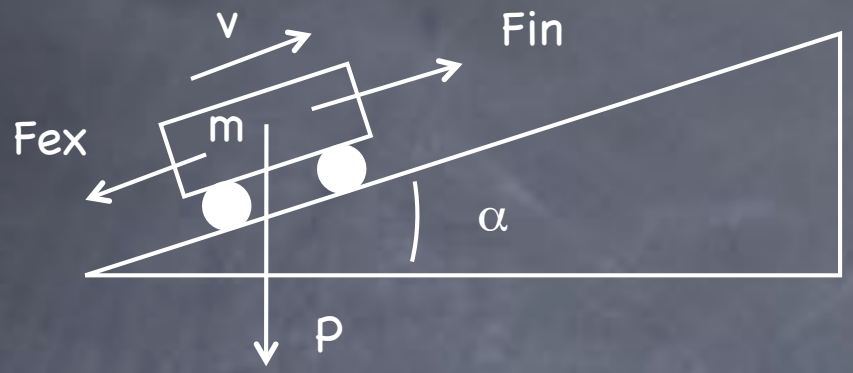








Equações mecânicas do movimento



$$Fex = Ff + Fa + Fd + Fc + Fg$$

Ff: Atrito

Fa: Arranque

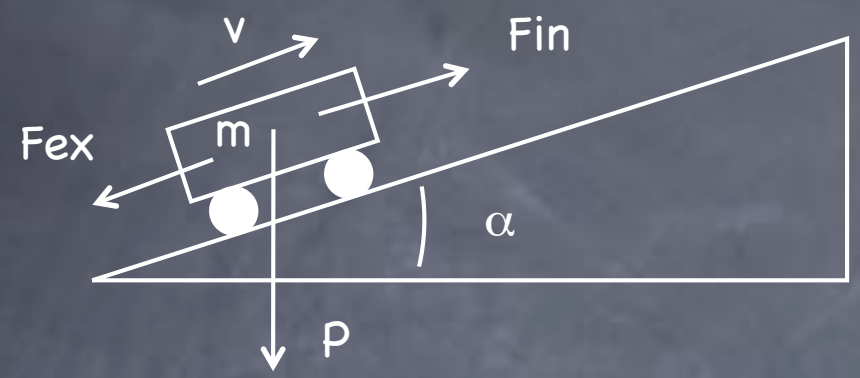
Fd: Declive

Fc: Curvas

Fg: Túneis

} Forças devidas à linha...

Equações mecânicas do movimento



Ff: Forças de atrito

$$Fex = Ff + Fa + Fd + Fc + Fg$$

$$Ff = A + B\,v + C\,v^2$$

A: Rolamento das rodas sobre os carris

B: Qualidade da via e estabilidade do comboio

C: Aerodinâmica (ar livre, túnel, cruzamento de comboios...)

Para comboios de composição variável é possível escrever:

$$Ff = (K_0 + K_1\,v + K_2\,v^2)\,m\,g$$

Equações mecânicas do movimento

Diferentes autores apresentam vários coeficientes obtidos a partir de ensaios.

Ff: Forças de atrito

REMNT (Resistência Especifica ao Movimento, em Nivel e Tangente) ;

$$r\ [Kg_F / t] = k_0 + k_1 \cdot v + k_2 \cdot v^2$$

	FÓRMULAS DE DAVIS*			SNCF				MIFERNA (vagões especializados mineiro, ver 77)			ALSTHOM	
	k_0	k_1	k_2		k_0	k_1	k_2	k_0	k_1	k_2	para todo:	
Locomotiva	0,65+13,15 / P_e	$9,32\times10^{-3}$	$4,56\times10^{-3} \cdot A / (nP_e)$		0,65+13 P_e	$10,0\times10^{-3}$	$30\times10^{-3} / (nP_e)$				$r\,[Kg_F/t] = 2,5 + \frac{(v+12)^2}{k}$	
Carruagem motora	0,65+13,15 / P_e	28×10^{-3}	$4,56\times10^{-3} \cdot A / (nP_e)$									
Reboque dianteiro	0,65+13,15 / P_e	$14,05\times10^{-3}$	$4,56\times10^{-3} \cdot A / (nP_e)$									
Reboque traseiro	0,65+13,15 / P_e	$14,05\times10^{-3}$	$0,645\times10^{-3} \cdot A / (nP_e)$									
Carruagem (passag.)	0,65+13,15 / P_e	$9,32\times10^{-3}$	$0,646\times10^{-3} \cdot A / (nP_e)$	(41-46)	1,5	0	1/4500				como k =	
				modernas rápidas (45-56)	1,25	0	1/6300					
Vagão (carga) com bogis	0,65+13,15 / P_e	$14,05\times10^{-3}$	$0,945\times10^{-3} \cdot A / (nP_e)$	merc. geral-carga média-10t eixo	1,5	0	1/1600				comboios carga mediana carga	2000
				mistos rápidos 120Km/h	1,5	0	1/4200				Comboios passageiros	2500
				merc.espec. pesado-80t	1,2	0	1/4000	$1,5\sqrt[4]{\frac{10}{P_e}}$	0	$\frac{1}{120P_e}$	comb. carga especializados	4400
Vagão (carga) sem bogis				2 eixos, carga média	2	0	1/2000					
				2 eixos, mercad. especifica pesados 80t	1	0	1/4000					

n = nº *de eixos* ; P_e= Peso *por eixo* [t] ; A = área da secção frontal [m^2] ; L = nP_e = peso total do veiculo [t]

* W. J. Davis, Jr., engº da G.E. , ensaios em 1926

Equações mecânicas do movimento

Diferentes autores apresentam vários coeficientes obtidos a partir de ensaios.

Ff: Forças de atrito

veículo	*A [kN/t]*	*B [kN/(km/h)/t]*	*C [kN/(km/h)²/t]*
locomotiva	$6{,}37432 \cdot 10^{-3} + 0{,}12896 / m_e$	$91{,}39780 \cdot 10^{-6}$	$44{,}71883 \cdot 10^{-6} \cdot S / (n_e \cdot m_e)$
carro	$6{,}37432 \cdot 10^{-3} + 0{,}12896 / m_e$	$91{,}39780 \cdot 10^{-6}$	$6{,}33510 \cdot 10^{-6} \cdot S / (n_e \cdot m_e)$
vagão	$6{,}37432 \cdot 10^{-3} + 0{,}12896 / m_e$	$137{,}78343 \cdot 10^{-6}$	$9{,}26728 \cdot 10^{-6} \cdot S / (n_e \cdot m_e)$
carro motor	$6{,}37432 \cdot 10^{-3} + 0{,}12896 / m_e$	$274{,}58620 \cdot 10^{-6}$	$44{,}71883 \cdot 10^{-6} \cdot S / (n_e \cdot m_e)$
carro reboque traseiro	$6{,}37432 \cdot 10^{-3} + 0{,}12896 / m_e$	$137{,}78343 \cdot 10^{-6}$	$44{,}71883 \cdot 10^{-6} \cdot S / (n_e \cdot m_e)$
carro reboque dianteiro	$6{,}37432 \cdot 10^{-3} + 0{,}12896 / m_e$	$137{,}78343 \cdot 10^{-6}$	$6{,}32530 \cdot 10^{-6} \cdot S / (n_e \cdot m_e)$

Equações mecânicas do movimento

Diferentes autores apresentam vários coeficientes obtidos a partir de ensaios.

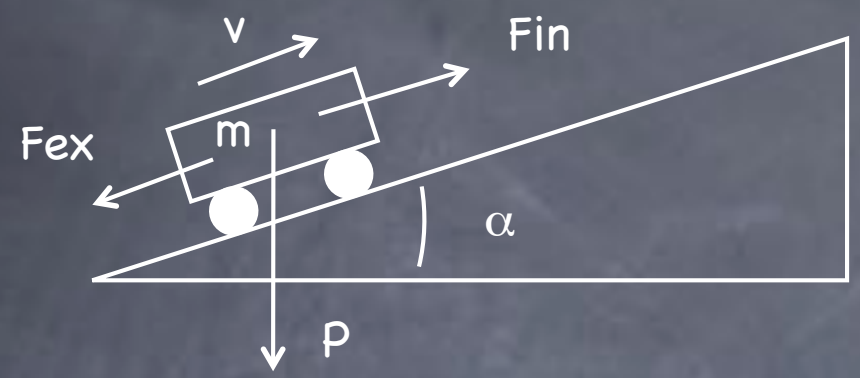
Ff: Forças de atrito

$$Ff = A + C\,(v + v_v)^2$$

Comboio	A [N/kN]	C [N.h^2/kN.km^2]
expresso, direto, carga pesada	2,5	$0{,}25 \cdot 10^{-3}$
passageiros	2,5	$0{,}33 \cdot 10^{-3}$
carga especializada	2,5	$0{,}40 \cdot 10^{-3}$
carga mista	2,5	$0{,}50 \cdot 10^{-3}$
carga vazio	2,5	$1{,}00 \cdot 10^{-3}$

Coeficientes das fórmulas de Strahl (Vv: velocidade do vento contrário)

Equações mecânicas do movimento



Fa: Forças de arranque

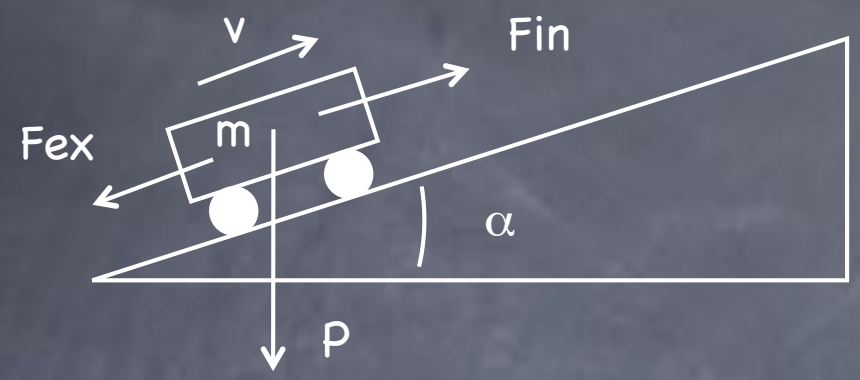
$$Fex = Ff + \mathbf{Fa} + Fd + Fc + Fg$$

Só surge para velocidades muito baixas, e vale

$$Fa = 7{,}5 \times 10^{-3}\ m\ g$$

- Fora da fase inicial de partida pode considerar-se nula.
- Toma valores muito baixos.
- Depende, entre outros factores, das folgas dos jogos de engates

Equações mecânicas do movimento



Fd: Declives

$$Fex = Ff + Fa + \mathbf{Fd} + Fc + Fg$$

$$Fd = m\ g\ \text{sen}(\alpha)$$

$\alpha > 0 \Rightarrow$ Subida

$\alpha < 0 \Rightarrow$ Descida

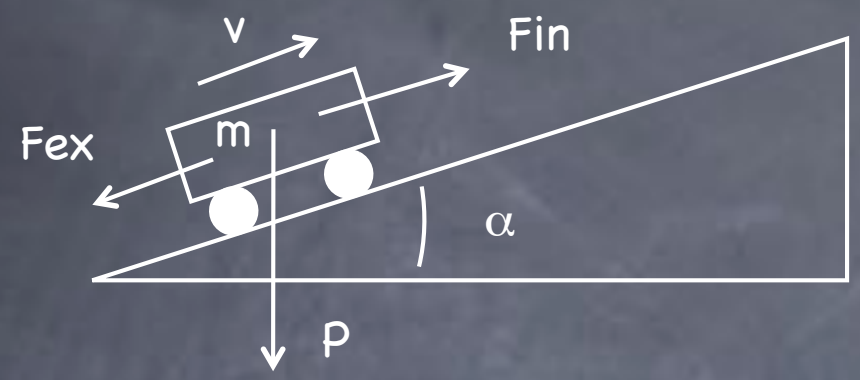
Inclinação (‰)

$$i = 10^3\ \text{tg}\ (\alpha)$$

Para declives até 100‰ ($\alpha \approx 6^0$) tem-se $\text{sen}(\alpha) \approx \text{tg}(\alpha)$, logo pode usar-se

$$Fd = m\ g\ i\ 10^{-3}$$

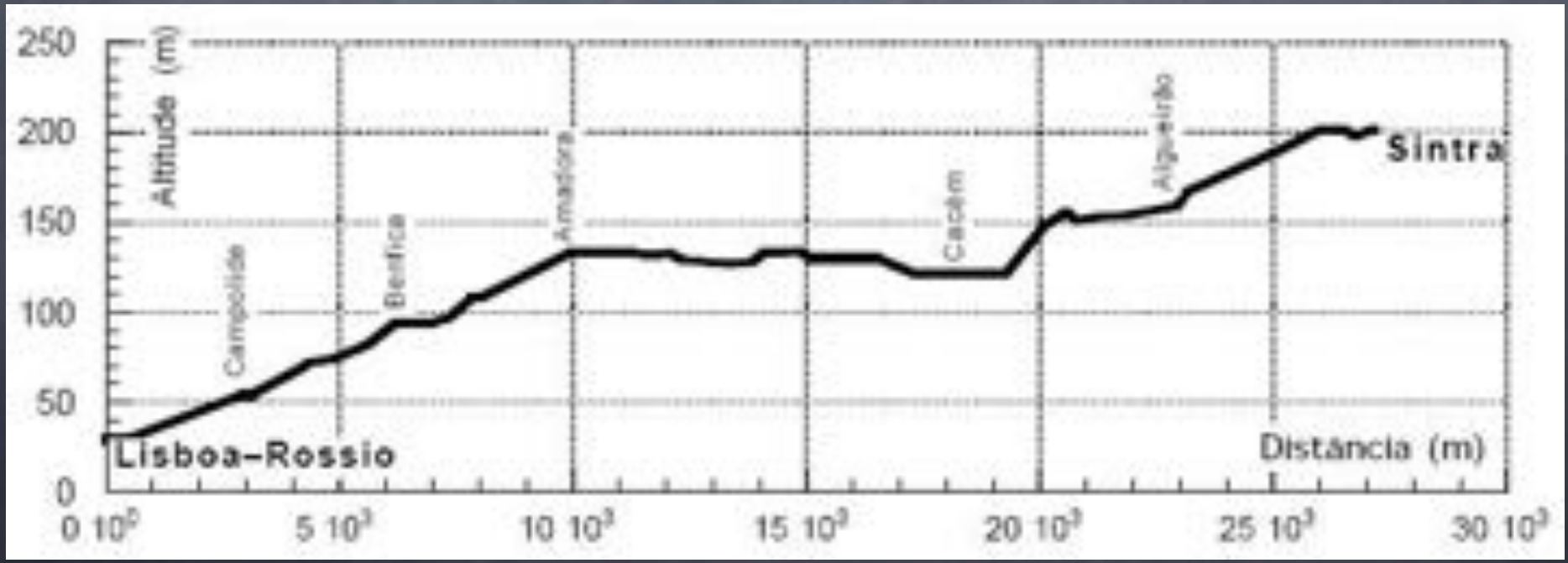
Equações mecânicas do movimento



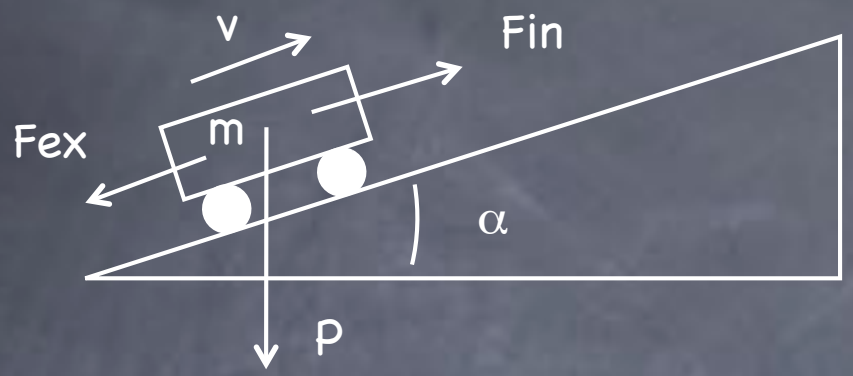
Fd: Declives

$$Fex = Ff + Fa + \mathbf{Fd} + Fc + Fg$$

$$Fd = m\ g\ sen(\alpha)$$

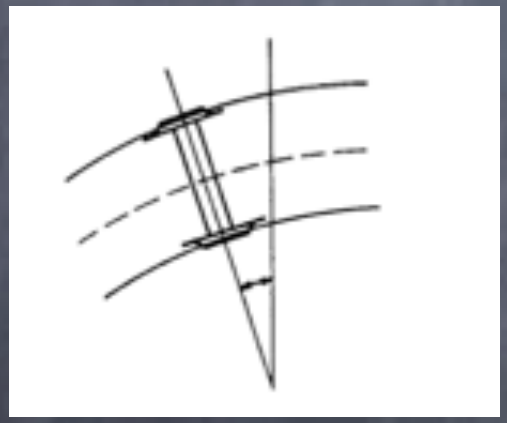


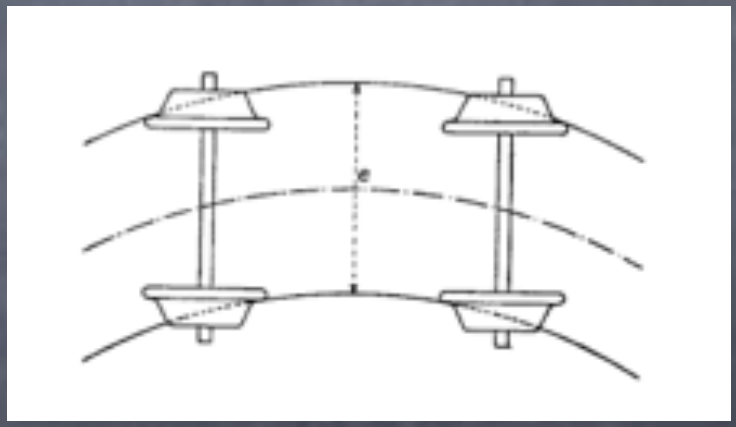
Equações mecânicas do movimento



Fc: Curvas

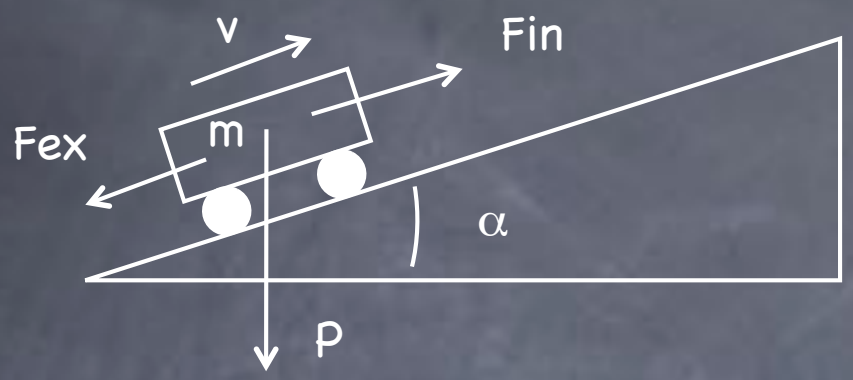
$$Fex = Ff + Fa + Fd + Fc + Fg$$





Devido ao facto de ambas as rodas serem solidárias e paralelas, uma curva provoca o deslizamento da roda externa; provocando esforços adicionais.

Equações mecânicas do movimento



Fc: Curvas

$$Fex = Ff + Fa + Fd + \mathbf{Fc} + Fg$$

$$Fc = K_e/r_v \times 10^{-3}\ m\ g$$

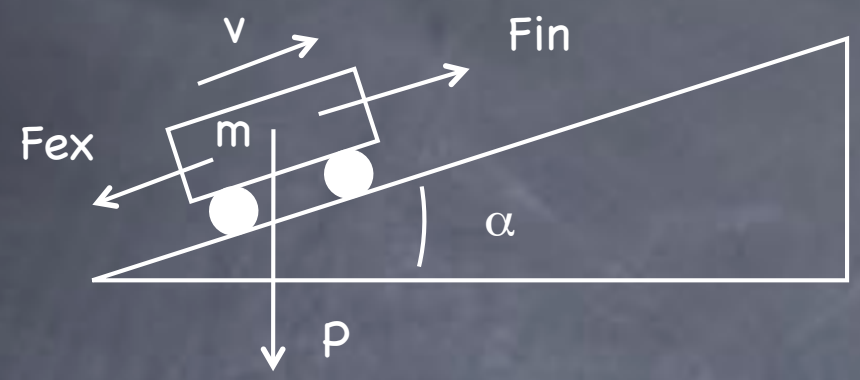
Ke : Coeficiente de desvio [m]

(Fórmula empírica)

- Na prática a relação K_e/r_v pode ser considerada como um declive fictício (sempre positivo) que pode ser introduzido na equação da força relativa aos declives [$F = m\ g\ sen(\alpha)$].
- Isto quer dizer que α não corresponde ao declive real da linha, obtendo-se um **perfil de declive corrigido**.

- Se o raio da curva for grande, a diferença entre o comprimento dos dois troços de carril é pequena (face ao raio da curva) e o efeito da curva pode ser desprezado.

Equações mecânicas do movimento



Fc: Curvas

$$Fex = Ff + Fa + Fd + Fc + Fg$$

r_c : resistência específica é a força de resistência por unidade de peso

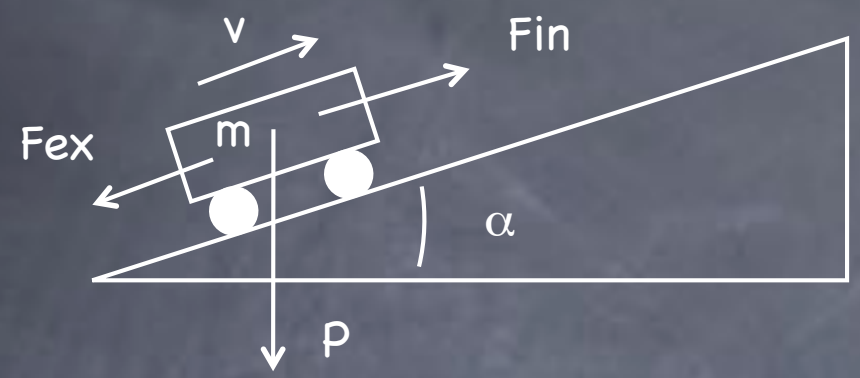
b : bitola [m]

R : raio da curva [m]

Outros autores apresentam outras fórmulas para a resistência ao movimento devida às curvas.

Resistência *específica* devida às curvas r_c [Kg_F/t]					
Fórmula de Desdouits	Fórmula de Meitzner	Fórmula de Röckel: r_c [Kg_F/t] =			
$r_c = 500\frac{b}{R}$	$r_c = \frac{800 - 0{,}4R}{R - 40}$	b = 1,00 m	$\frac{400}{R - 20}$		
		b = 1,44 m	R< 250	250<R<350	350<R
			$\frac{500}{R - 30}$	$\frac{530}{R - 35}$	$\frac{650}{R - 35}$

Equações mecânicas do movimento



Fg: Túneis

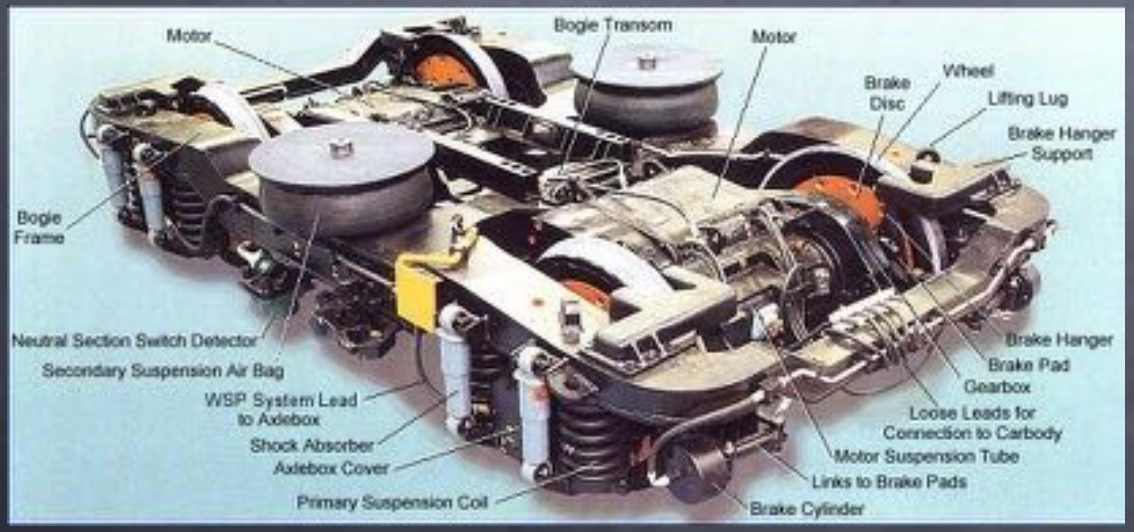
$$Fex = Ff + Fa + Fd + Fc + Fg$$

- O efeito dos túneis já foi tido em conta em Ff.
- Esta força depende da velocidade de cruzamento dos comboios dentro do túnel, do comprimento e do tipo de revestimento do túnel.
- À semelhança do efeito das curvas pode também obter-se um **perfil de declive corrigido**.

Ligação mecânica elástica do motor de tracção ao eixo das rodas de cada "boogie"









Classificação das composições

Letras maiúsculas -> designam o número de eixos tractores sucessivos numa mesma plataforma
A=1, B=2, C=3, ...

Números -> designam os eixos não tractores consecutivos numa mesma plataforma
1, 2, 3, ...

o -> os eixos são propulsados individualmente por motores eléctricos (este sufixo é colocado junto à letra referente ao eixo tractor)

` -> os eixos são montados num bogie pivoteante

+ -> locomotiva ou unidade múltipla constituída por veículos individuais permanentemente acoplados

Parêntesis -> utilizados para agrupar letras e números descrevendo a mesma plataforma.

Quando são usados os parêntesis não é necessário o uso da plica (`) para indicar um bogie.

Classificação das composições

Letras maiúsculas -> designam o número de e
plataforma
A=1, B=2, C=3, ...

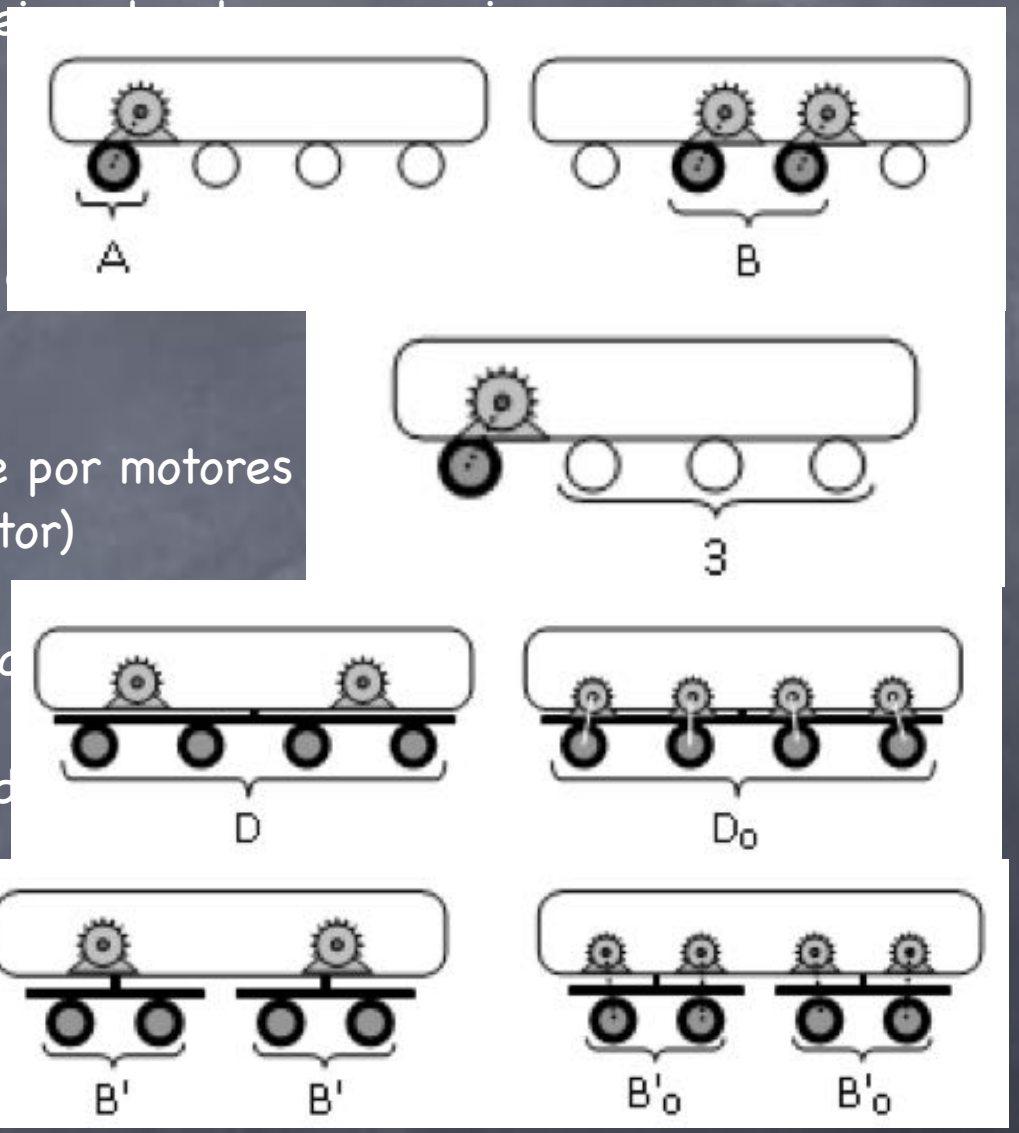
Números -> designam os eixos não tractores
1, 2, 3, ...

o -> os eixos são propulsados individualmente por motores
colocado junto à letra referente ao eixo tractor)

` -> os eixos são montados num bogie pivotec

+ -> locomotiva ou unidade múltipla constituíd
permanentemente acoplados

Parêntesis -> utilizados para agrupar letras
plataforma.



Quando são usados os parêntesis não é necessário o uso da plica (`) para indicar um bogie.

Classificação das composições

Letras maiúsculas -> designam o núm
plataforma
A=1, B=2, C=3, ...

Números -> designam os eixos não tr
1, 2, 3, ...

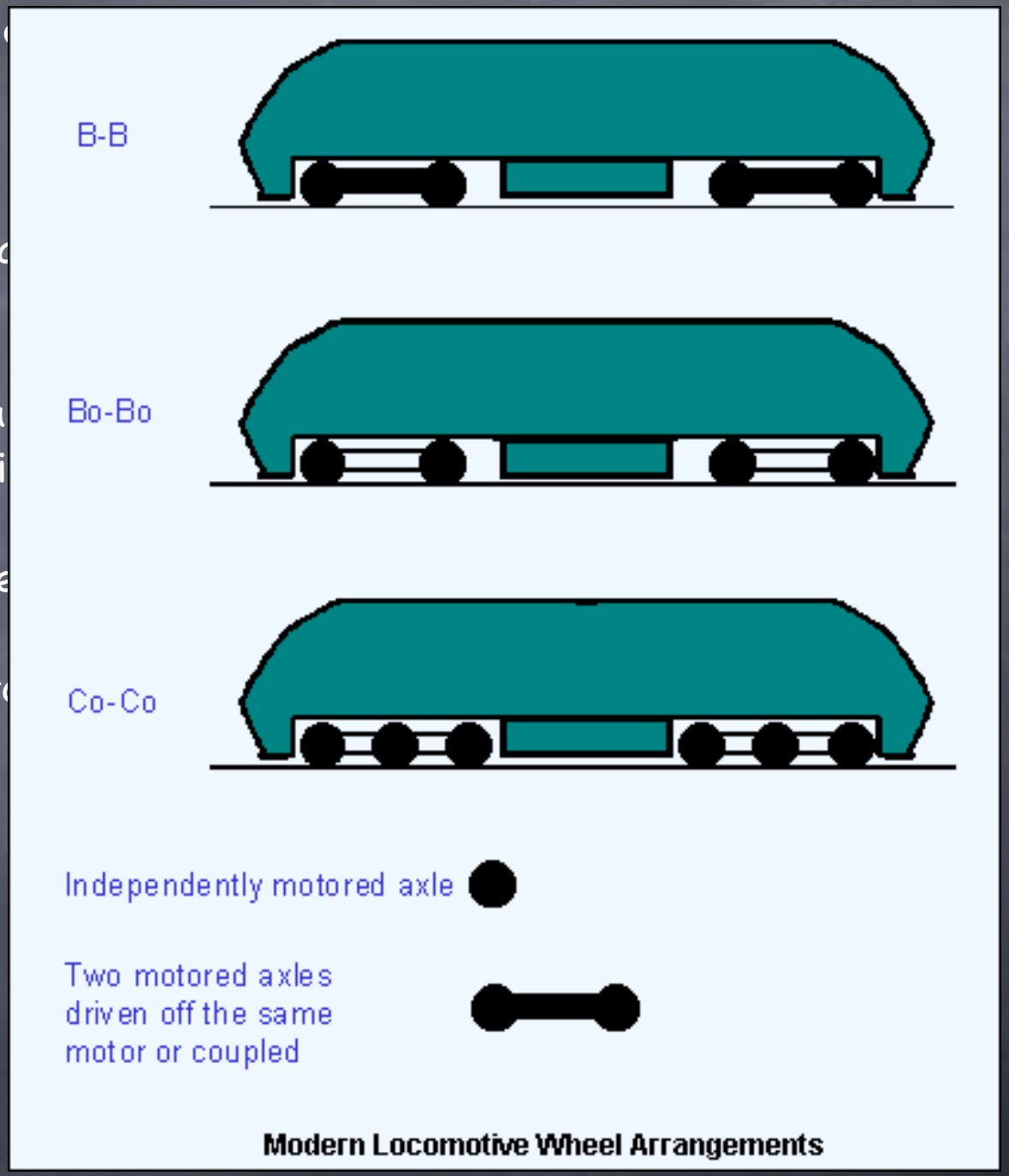
o -> os eixos são propulsados individu
colocado junto à letra referente ao ei

` -> os eixos são montados num bogie

+ -> locomotiva ou unidade múltipla c
permanentemente acoplados

Parêntesis -> utilizados para agrupar
plataforma.

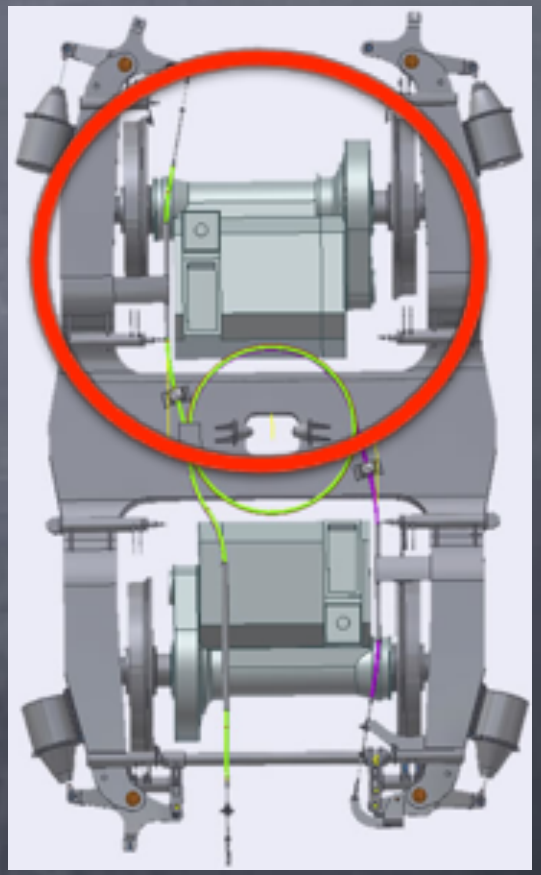
Quando são usados os parêntesis não
bogie.



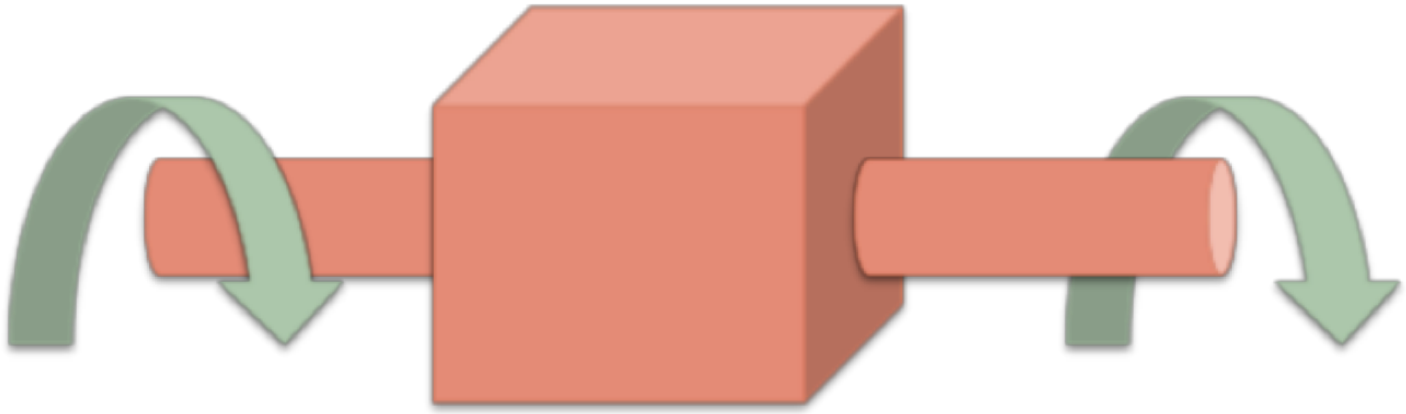
Movimentos de translação e rotação

Num bogie a ligação motor eléctrico – rodas (através de uma caixa redutora de velocidade) é um exemplo típico de uma acoplamento mecânico





Caixas redutoras de velocidade



$$P = P_1 = P_2$$

Sem perdas de acoplamento

$$T_1\omega_1 = T_2\omega_2$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = T_m - K_D\omega - K_A\omega^2 - T_c$$

Caixas redutoras de velocidade

- Redução dos coeficientes mecânicos

$$T_1 = \frac{T_2}{i} = \frac{J_2 \frac{d\omega_2}{dt} + K_{D2}\omega_2 + K_{A2}\omega_2^2}{i} =$$

$$= \frac{J_2}{i}\frac{d\omega_2}{dt} + \frac{K_{D2}}{i}\omega_2 + \frac{K_{A2}}{i}\omega_2^2 =$$

$$= \frac{J_2}{i^2}\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{K_{D2}}{i^2}\omega_1 + \frac{K_{A2}}{i^3}\omega_1^2 =$$

$$= J_2^{'}\frac{d\omega_1}{dt} + K_{D2}^{'}\omega_1 + K_{A2}^{'}\omega_1^2$$

Caixas redutoras de velocidade

- Existência de perdas
  - Admitindo que a existência de perdas (diminuição da potência transmitida) não afecta a velocidade, vai existir uma diminuição no binário

$$i = \frac{T_2}{T_1}\frac{1}{\eta}$$



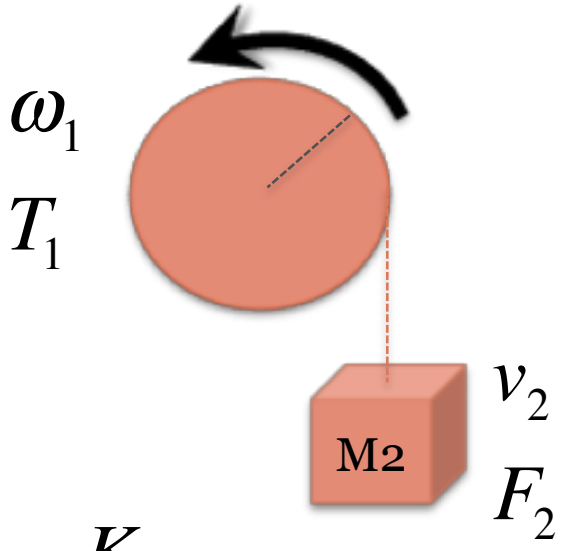


$$J_2^{'} = \frac{J_2}{\eta i^2} \quad K_{D2}^{'} = \frac{K_{D2}}{\eta i^2} \quad K_{A2}^{'} = \frac{K_{A2}}{\eta i^3}$$

Caixas redutoras de velocidade

- Existência de perdas
  - Caso particular da conversão de movimento rotativo em movimento linear

$$i = \frac{\omega_1}{v_2} = \frac{F_2}{\eta T_1}$$



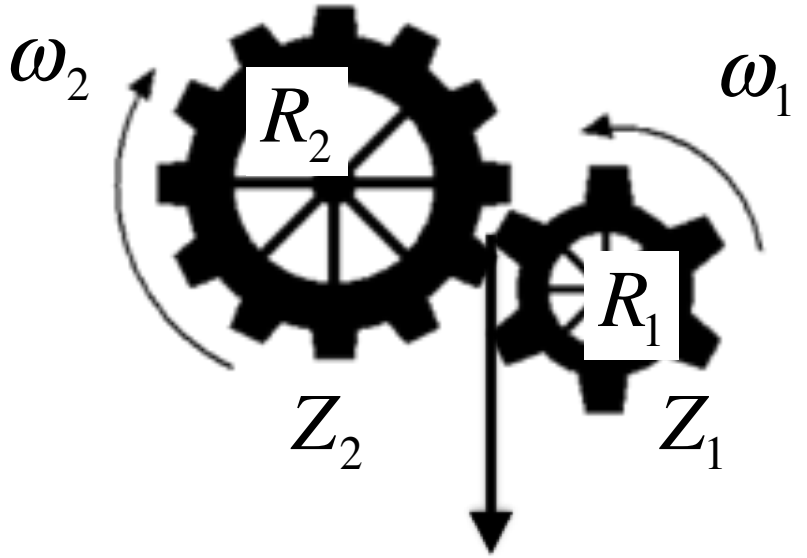
$$J_2^{'} = \frac{M_2}{\eta i^2} \quad K_{D2}^{'} = \frac{K_{D2}}{\eta i^2} \quad K_{A2}^{'} = \frac{K_{A2}}{\eta i^3}$$

Caixas redutoras de velocidade

- Caso particular de engrenagens com rodas dentadas

$$v = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$$



Caixas redutoras de velocidade

- Caso particular de engrenagens com rodas dentadas



$$D_1 = 2pZ_1$$

$$D_2 = 2pZ_2$$

Passo da engrenagem

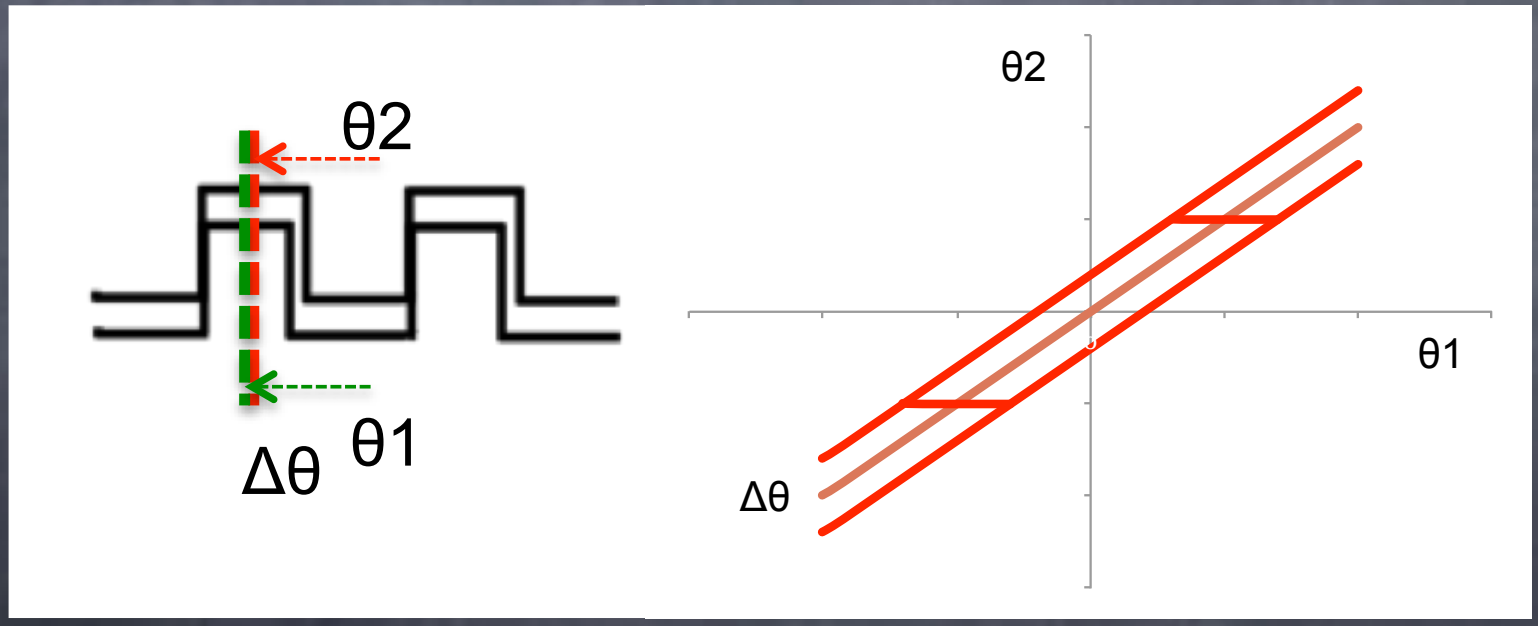
$$p = \frac{D_1}{2}\frac{1}{Z_1} = \frac{D_2}{2}\frac{1}{Z_2}$$

$$\frac{R_1}{Z_1} = \frac{R_2}{Z_2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = i$$

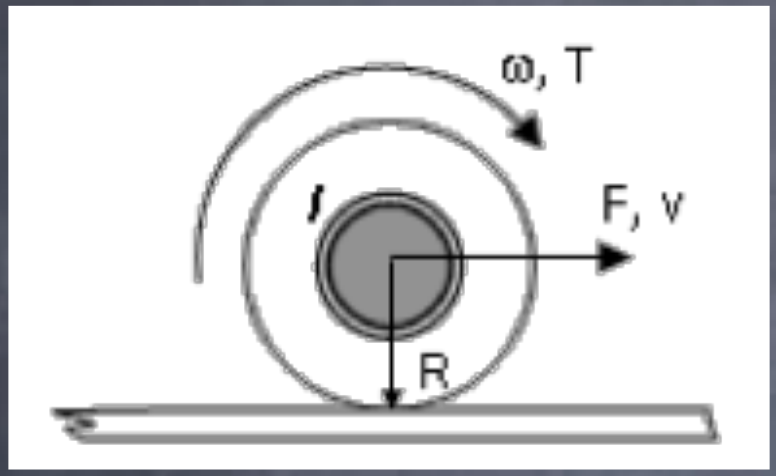
Caixas redutoras de velocidade

No caso de existirem folgas a modelização é muito difícil, pois trata-se de um problema não linear...



Movimentos de translação e rotação

Considere-se uma massa rotativa ligada directamente ao eixo das rodas



Numa massa rotativa, o binário é dado por

$$T = J \cdot d\omega/dt$$

(onde J é o momento de inércia)

$T=F.R$

$v=\omega.R \Rightarrow \omega=v/R$

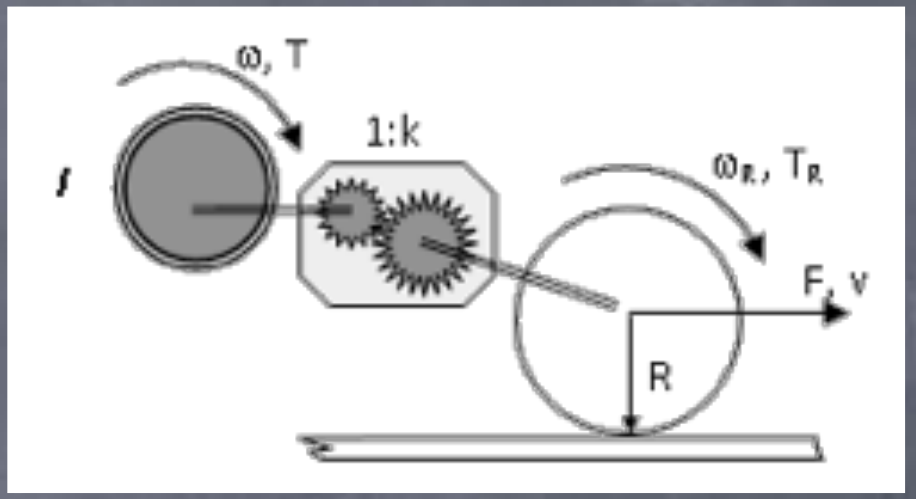
$T=J_1 \cdot d\omega/dt \Rightarrow F.R=(J_1/R).dv/dt \Rightarrow F=(J_1/R^2).dv/dt$

Comparando com F=M.dv/dt, vê-se que as massa rotativas equivalem a uma massa fictícia

$M'_1 = (J_1/R^2)$

Movimentos de translação e rotação

Considere-se uma massa rotativa ligada ao eixo das rodas através de uma caixa de adaptação de velocidades (de relação 1:k)



Na roda: $T_R=F.R$ | Na massa rotativa: $T=T_R/k=F.R/k$

Na roda: $v=\omega_R.R \Rightarrow \omega_R=v/R$ | Na massa rotativa: $\omega=k.\omega_R=k.v/R$

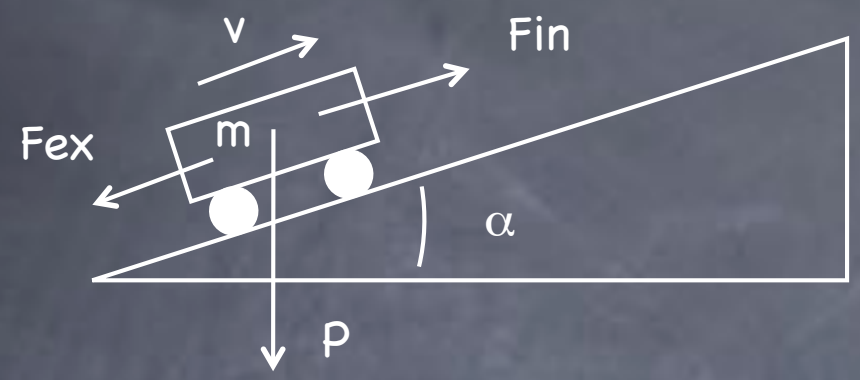
Na massa rotativa: $T=J_2 \cdot d\omega/dt \Rightarrow F.R/k=(J_2/R).k.dv/dt$

$$\Rightarrow F=(J_2.\ k^2/R^2).dv/dt$$

Comparando com F=M.dv/dt, vê-se que as massa rotativas equivalem a uma massa fictícia

$M'_2 = (J_2.k^2/R^2)$

Movimentos de translação e rotação



Podemos fazer intervir as massas rotativas na equação do movimento por forma a determinar a dinâmica do comboio

$$m^* a = Fin - Fex$$

$$\xi\, m\, a = Fin - Fex$$

$$m^* = \xi\, m$$

$$m^* = m + M'_1 + M'_2 = m + J_1/R^2 + J_2.k^2/R^2$$

massa do comboio

massa suplementar devido às massas inerciais ligadas através da caixa de velocidades

massa suplementar devido às massas inerciais ligadas aos eixos

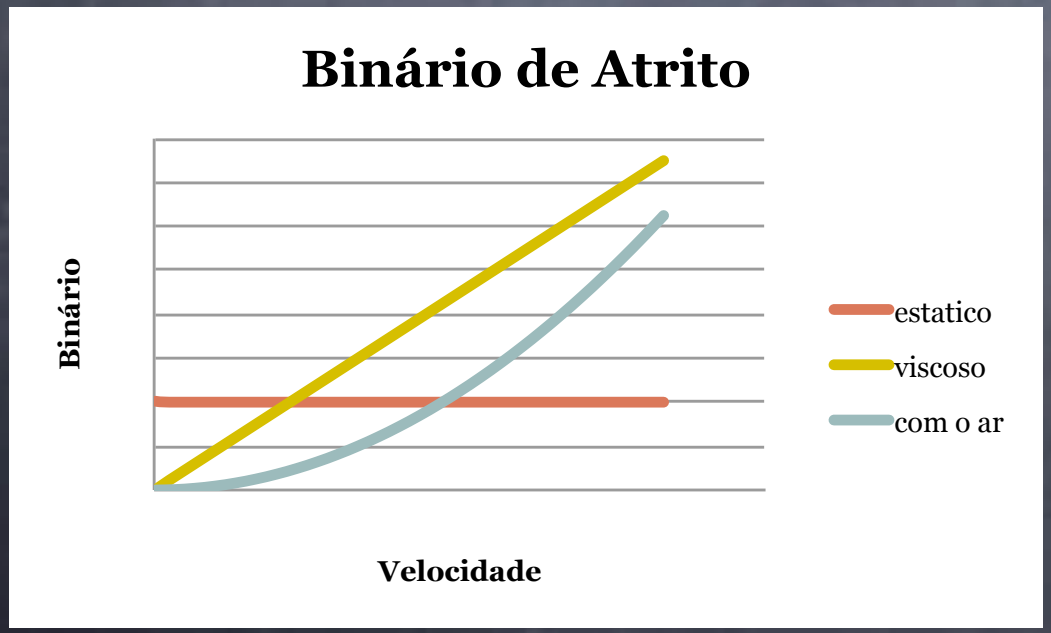
Comboio	Factor ξ
Locomotiva	1,15 - 1,30
Automotora	1,08 - 1,14
Carruagens/vagões	1,02 - 1,04
Carruagens vazias	1,05 - 1,12
Comboio completo	1,06 - 1,10

Acoplamentos mecânicos

O comportamento dinâmico de um sistema rotativo é modelizado, simplificadamente, por:

$$T_m = J\frac{d\omega}{dt} + T_r$$

Tm : Binário motor
J : Momento de inércia
Tr : Binário resistente (carga+atrito)

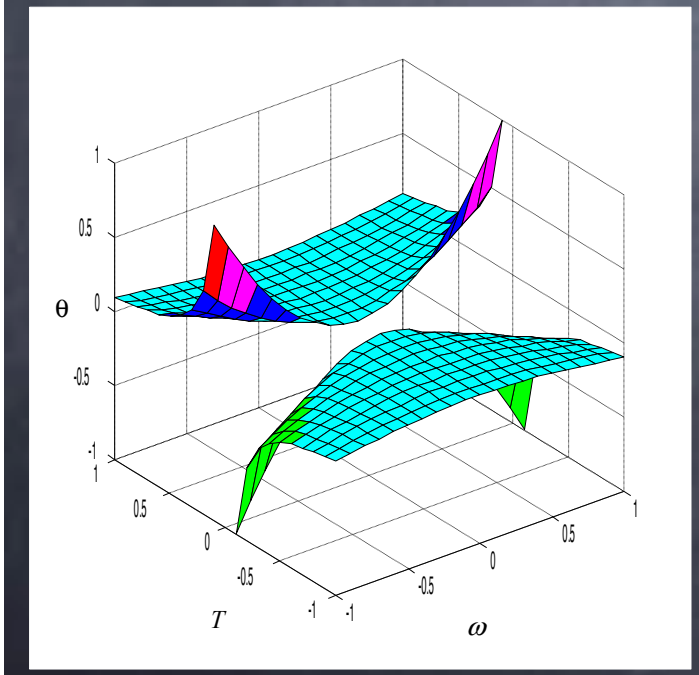


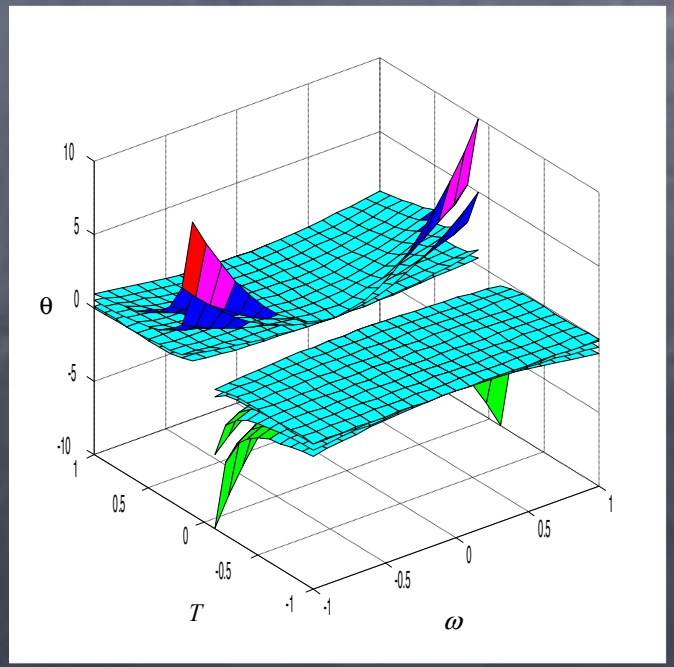
Atrito com o ar : $k_A\omega^2$
Atrito viscoso : $k_D\omega$
Atrito estático : k_C

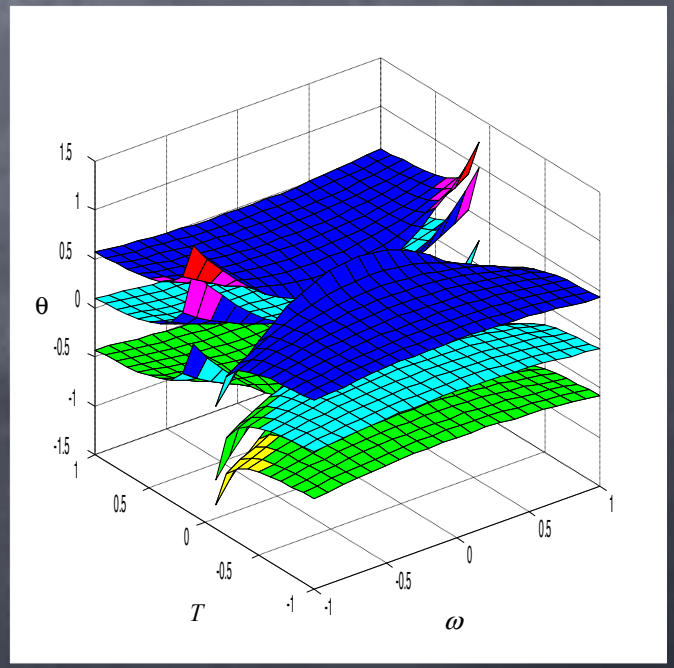
Acoplamentos mecânicos

Exemplo de um sistema inercial puro...

$$\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = \omega \\ J\dfrac{d\omega}{dt} = T \end{cases} \qquad \theta = \frac{J}{2T}\left(\omega^2 - \omega_0^2\right) + \theta_0$$

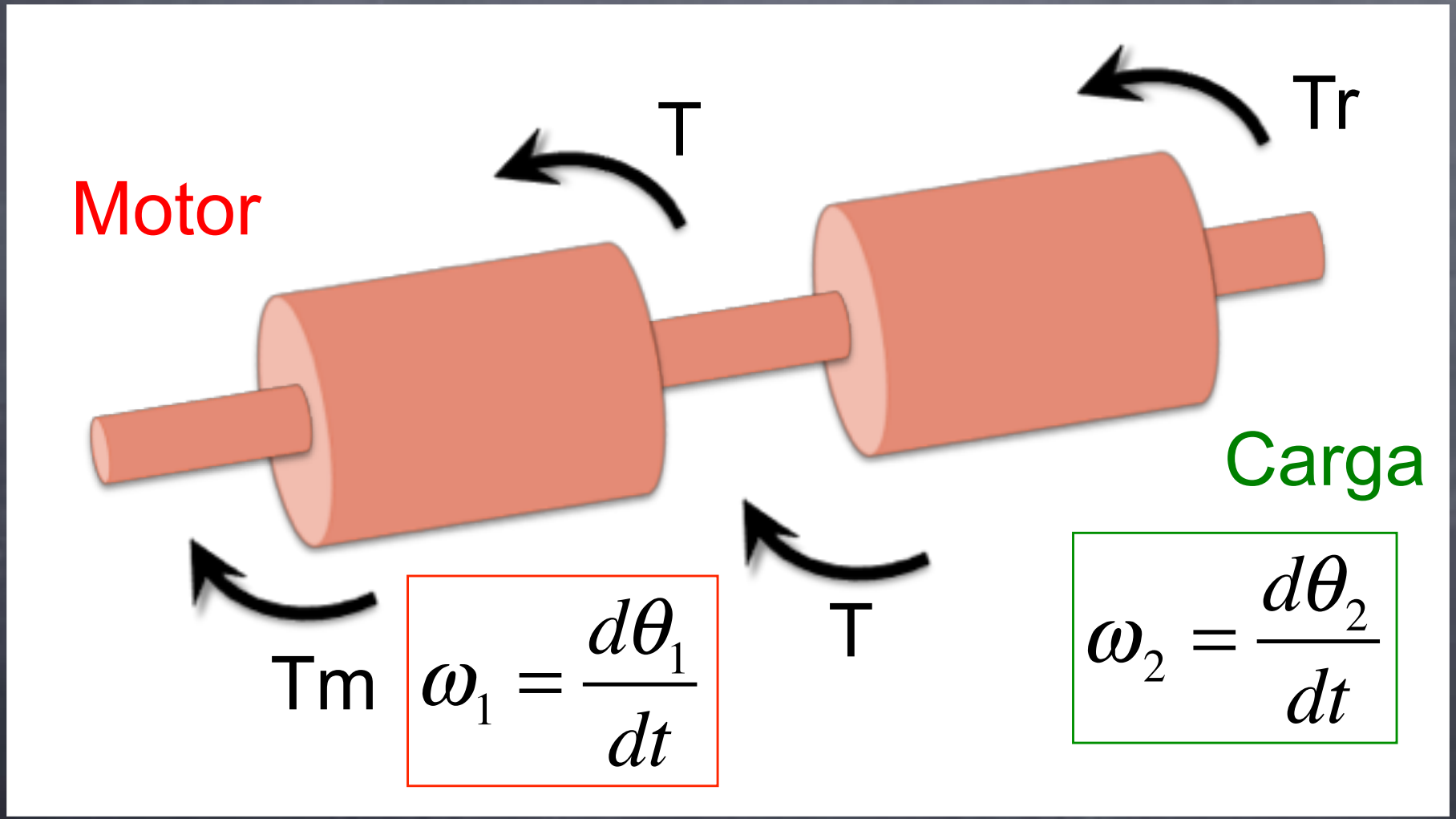




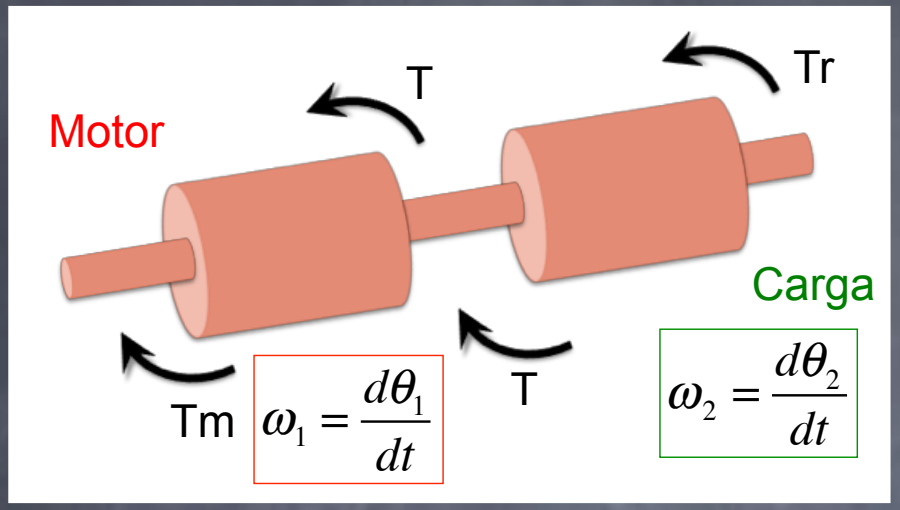


Acoplamentos mecânicos

Considere-se o seguinte acoplamento mecânico...



Acoplamentos mecânicos



Caso o acoplamento seja **ideal**...

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$
$$\theta_1 = \theta_2 = \theta$$
$$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = 0$$

Caso o acoplamento seja **elástico**...

Ke : Constante de elasticidade torsional (Nm/rad)
Ka : Factor de amortecimento (Nms/rad)

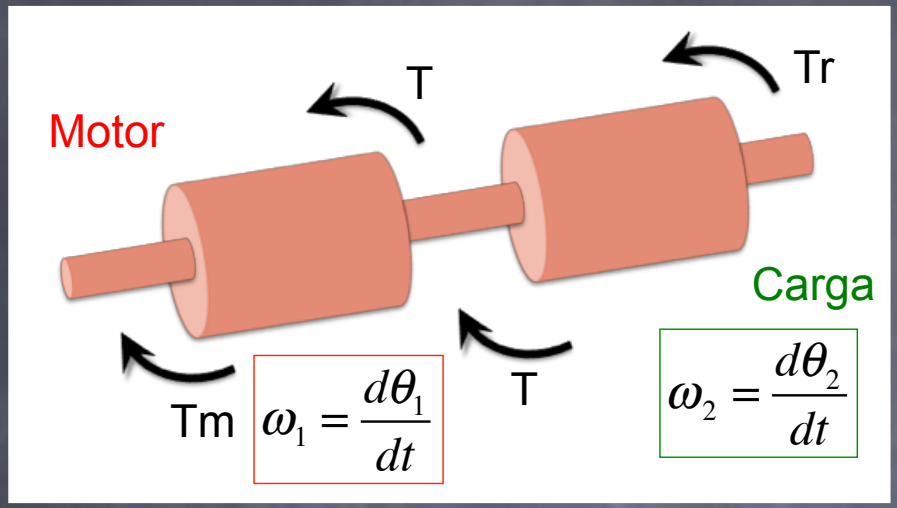
$\Delta\theta \neq 0$ => comportamento elástico

Em casos mais complexos o comportamento elástico pode ser definido por:

$$T = K_e \Delta\theta + K_a \Delta\omega$$

$$\begin{cases} T_m = J_1 \dfrac{d\omega_1}{dt} + K_{D1}\omega_1 + T \\ T = J_2 \dfrac{d\omega_2}{dt} + K_{D2}\omega_2 + T_r \\ T = K_e\left(\theta_1 - \theta_2\right) = K_e \Delta\theta \end{cases}$$

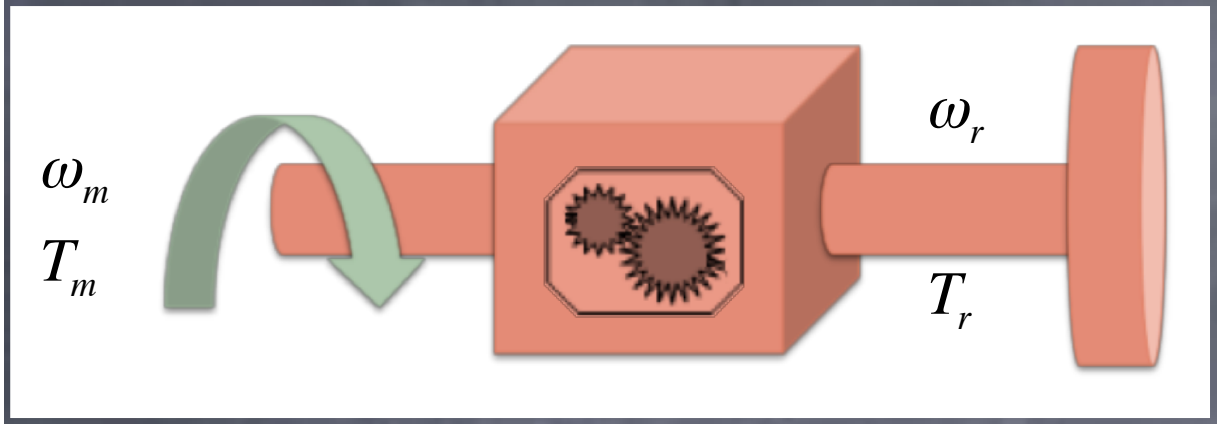
Acoplamentos mecânicos



As equações do acoplamento elástico resumem-se a um sistema com três variáveis de estado...

$$\begin{cases} T_m = J_1 \dfrac{d\omega_1}{dt} + K_{D1}\omega_1 + T \\ T = J_2 \dfrac{d\omega_2}{dt} + K_{D2}\omega_2 + T_r \\ \dfrac{d\Delta\theta}{dt} = \omega_1 - \omega_2 \end{cases}$$

Acoplamentos mecânicos



Exemplo de aplicação

Tcarga = 0 (carga inercial pura)

J = 30 kgm² ; K_D = 0,5 Nms

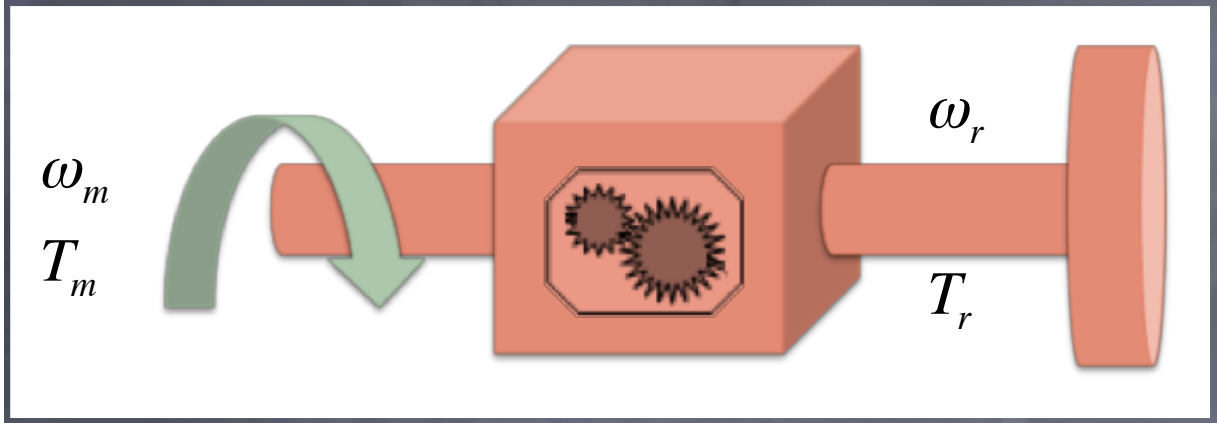
i = 10 ; η = 95%

ω_m imposto





Acoplamentos mecânicos



Exemplo de aplicação

Tcarga = 0 (carga inercial pura)

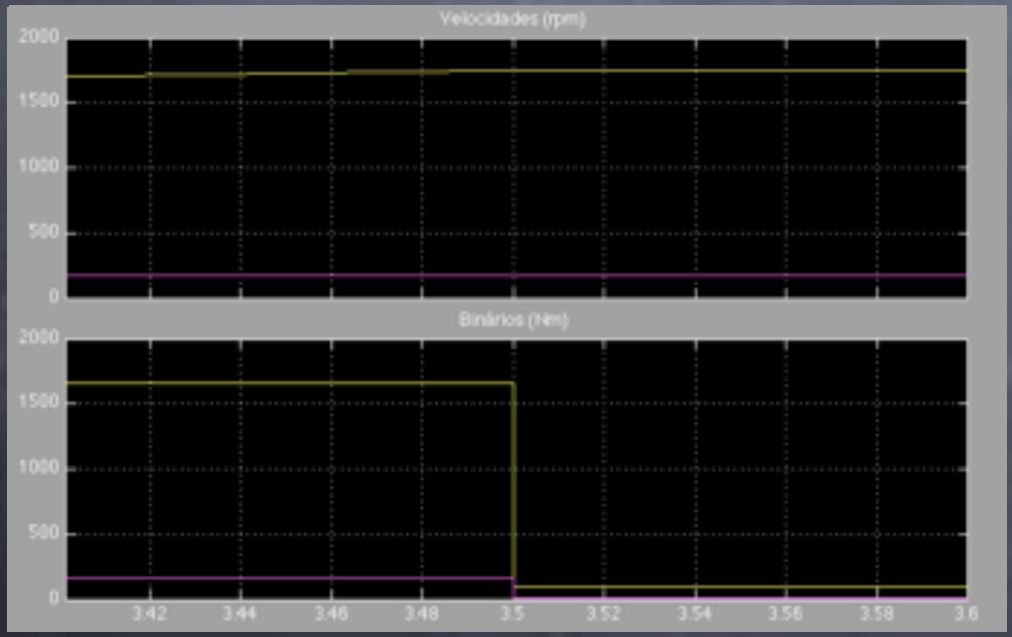
J = 30 kgm² ; K_D = 0,5 Nms

i = 10 ; η = 95%

ω_m imposto

Primeiro caso (acoplamento ideal)

Ke = Ka = 0 ; Jcx = 0

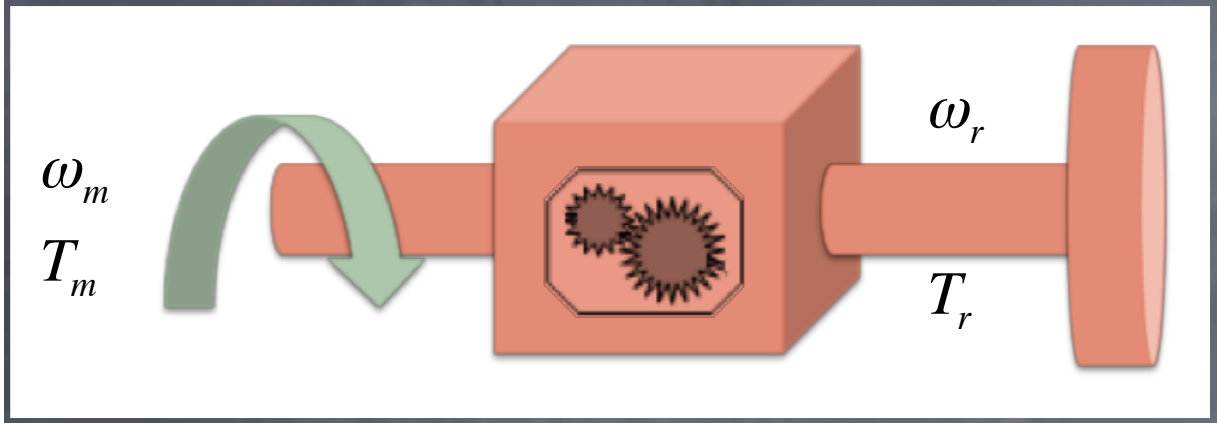


$$\omega_r = \frac{\omega_m}{i}$$

$$T_r = J\frac{d\omega_r}{dt} + K_D\omega_r + T_{\text{carga}}$$

$$T_m = \frac{T_r}{i \cdot \eta}$$

Acoplamentos mecânicos



Exemplo de aplicação

Tcarga = 0 (carga inercial pura)

J = 30 kgm² ; K_D = 0,5 Nms

i = 10 ; η = 95%

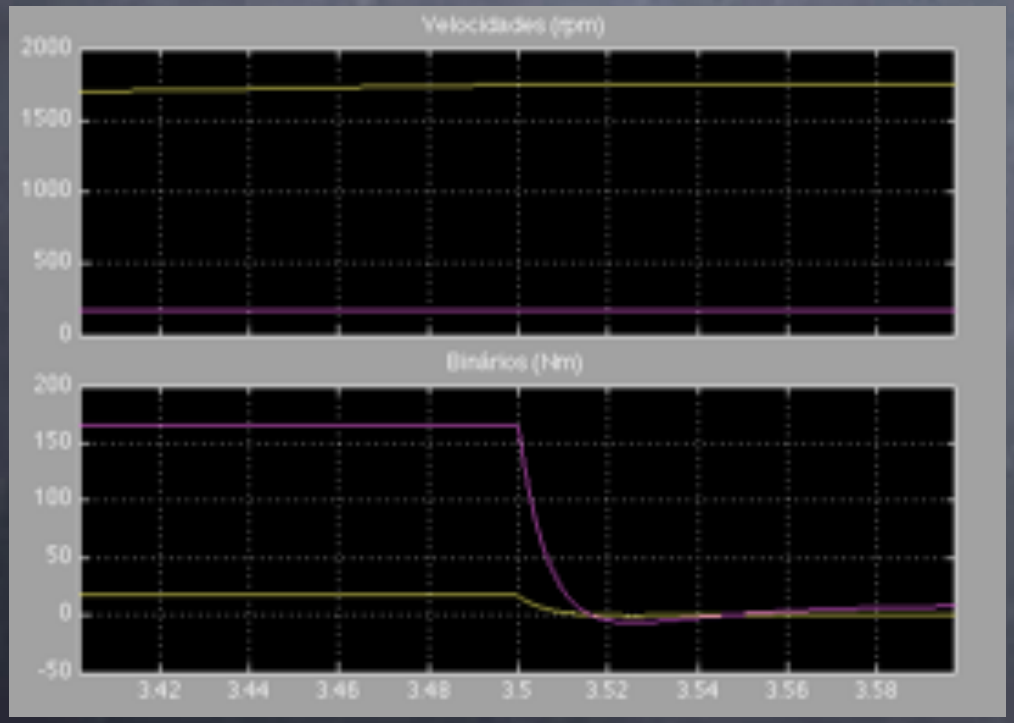
ω_m imposto

Segundo caso (acoplamento elástico)

Ke_{in} = 17190 Nm ; Ka_{in} = 600 Nms

Ke_{out} = 171900 Nm ; Ka_{out} = 6000 Nms

J_{cx} = 0,0005 Km²



$$T = K_{e_{in}}\left(\theta_m - \theta_{cx_{in}}\right) + K_{a_{in}}\left(\omega_m - \omega_{cx_{in}}\right)$$

$$T - \frac{T_r}{i\eta} = J_{cx}\frac{d\omega_{cx_{in}}}{dt}$$

$$\omega_{cx_{out}} = \frac{\omega_{cx_{in}}}{i}$$

$$T_r = K_{e_{out}}\left(\theta_{cx_{out}} - \theta_r\right) + K_{a_{out}}\left(\omega_{cx_{out}} - \omega_r\right)$$

$$T_r - K_D\omega_r - T_{\text{carga}} = T_r - K_D\omega_r = J\frac{d\omega_r}{dt}$$

Aderência

Para fazer deslocar um comboio ao longo dos carris pode fazer-se uso de:

- Cabo de reboque (funiculares)
- Cremalheira
- Motores lineares / levitação magnética
- Aderência





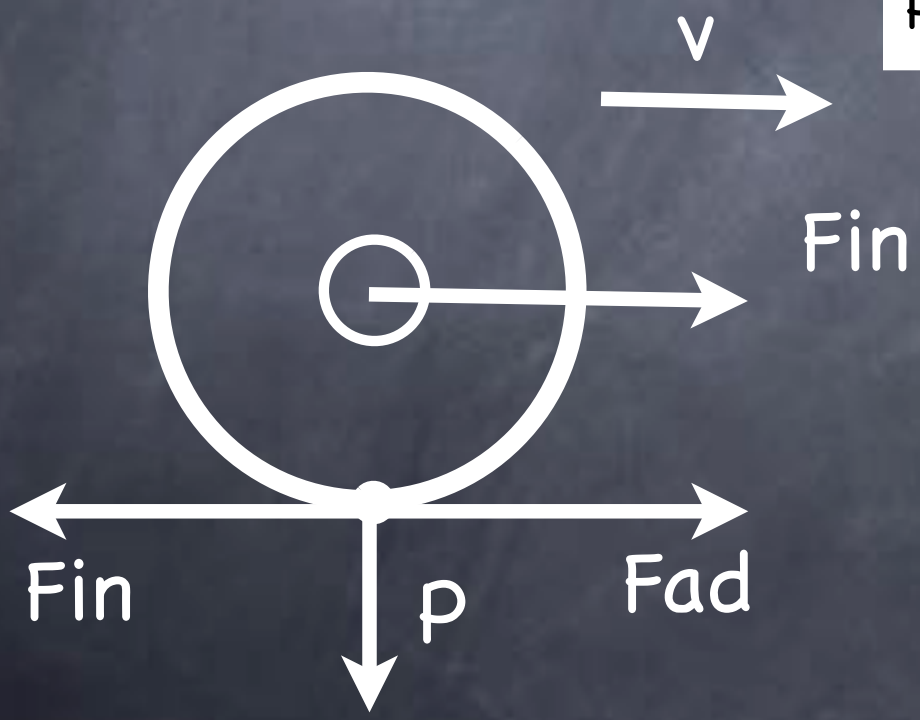


Aderência

Para fazer deslocar um comboio ao longo dos carris pode fazer-se uso de:

- Cabo de reboque (funiculares)
- Cremalheira
- Motores lineares / levitação magnética
- Aderência

Para Fin > Fad => patinagem da roda

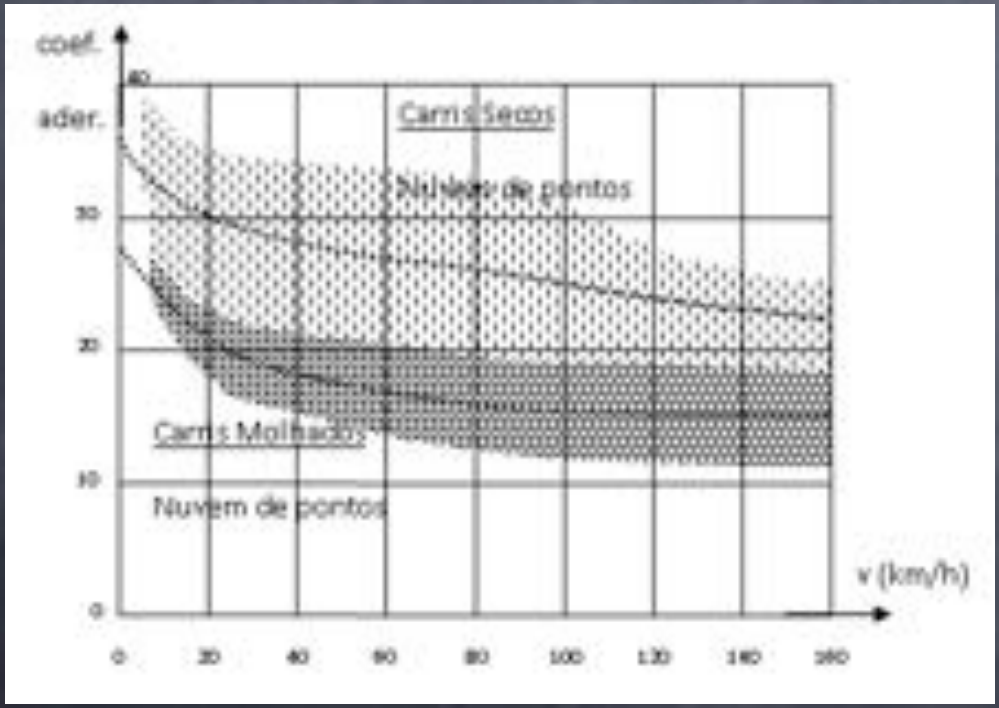


$$F_{ad} = \mu \, P_{\text{no eixo}}$$

Aderência

O coeficiente de aderência é medido experimentalmente nas vias, em várias condições e a várias velocidades.

Para estes ensaios obtem-se uma zona de resultados, usando-se a linha média de cada zona.

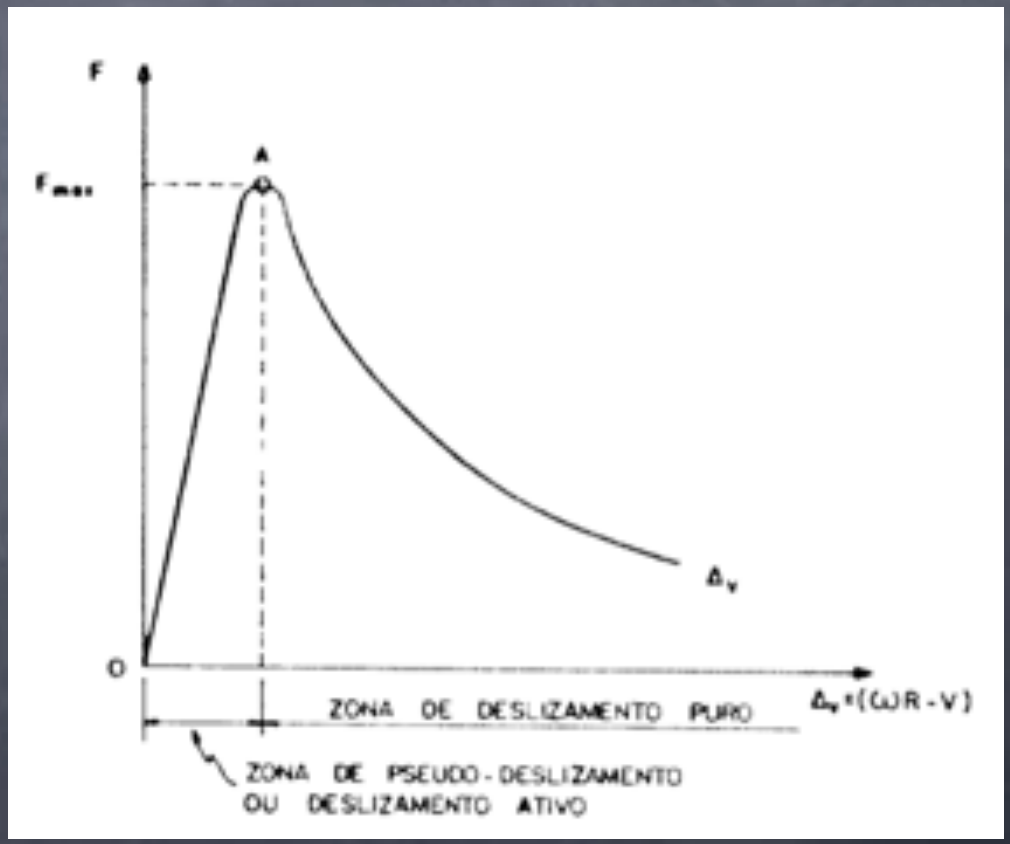


FÓRMULAS APROXIMADAS PARA O Coeficiente de Aderência μ	
Parodi (Locom. c.c. 1500V)	Curtiuss e Kniffler (c.a.)
$\frac{\mu_0}{1+0{,}01V}$	$\mu_0 \frac{8+0{,}1V}{8+0{,}2V}$
V = veloc [Km/h] ;	$\mu_0 = 0{,}28...0{,}38$

Aderência

Em consequência das forças desenvolvidas pela motorização do comboio vai existir uma pequena diferença entre a velocidade linear das rodas (no ponto de contacto com os carris) e a velocidade linear do comboio => escorregamento.

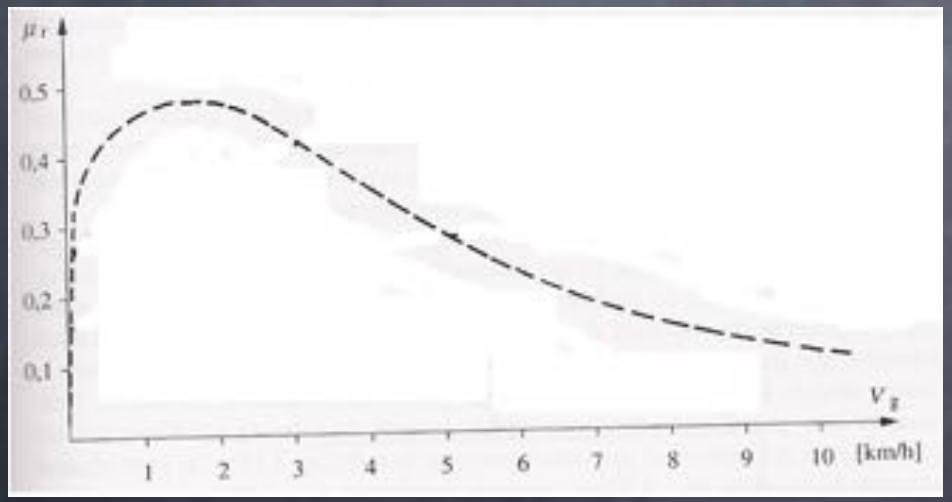
Se as forças desenvolvidas pela motorização do comboio aumentarem excessivamente, é superado o limite estático da aderência e as rodas passarão a deslizar sobre o carril originando o que se designa por **patinagem**.

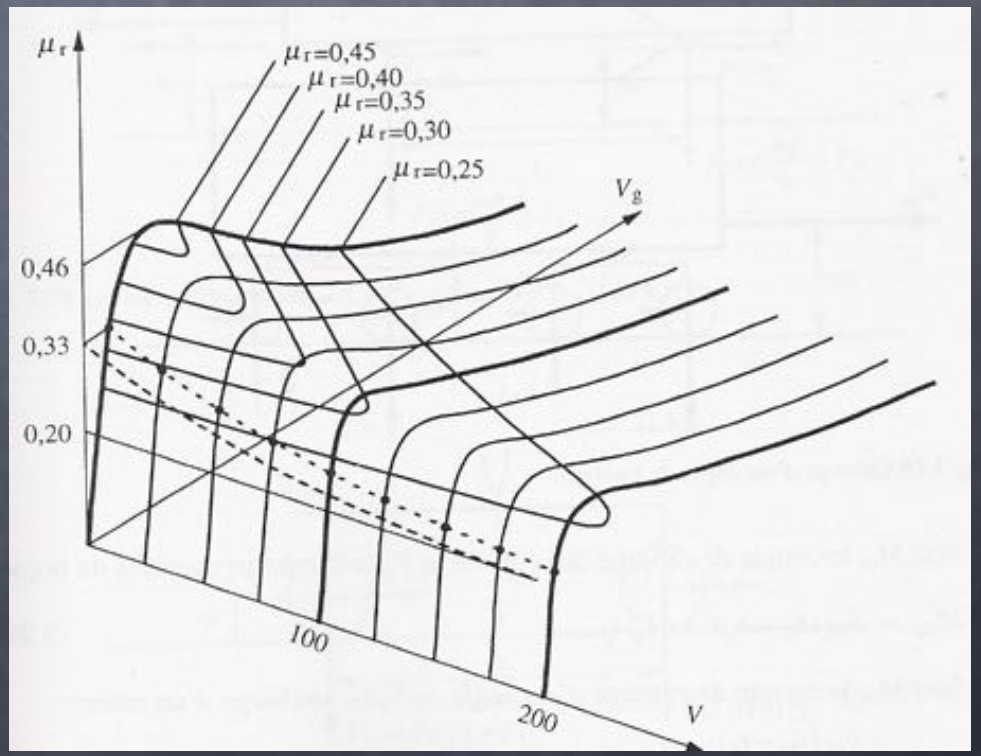


Aderência

Na realidade a aderência é influenciada também pelo escorregamento, dependendo o coeficiente de aderência deste valor.

O coeficiente de aderência depende assim da velocidade do comboio e do próprio escorregamento.

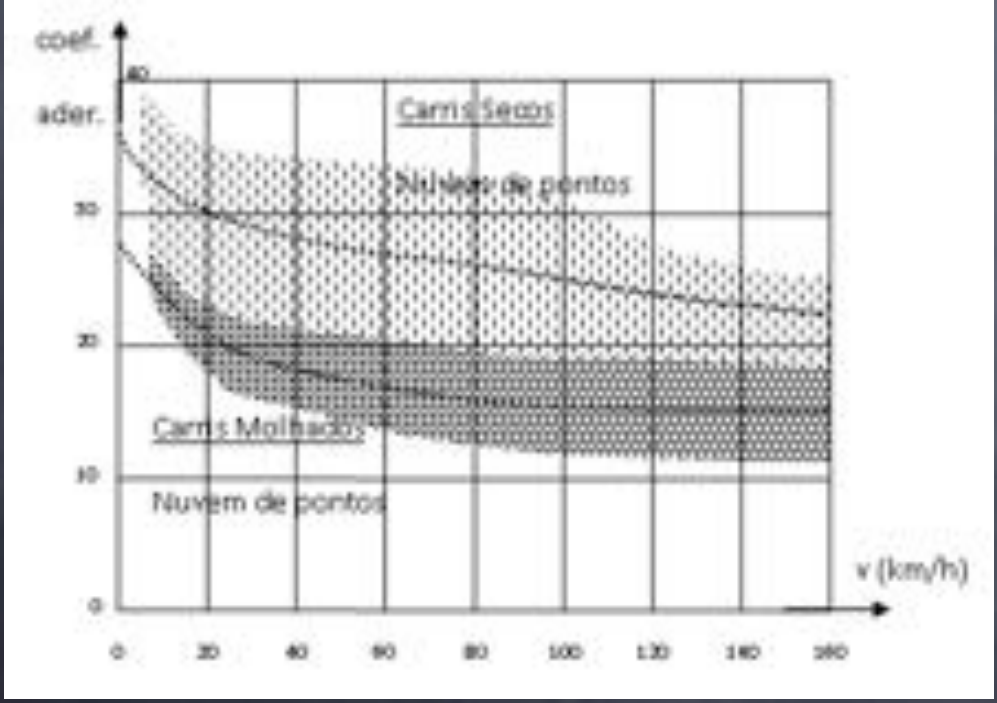




Aderência

A aderência é particularmente importante no arranque dos comboios.

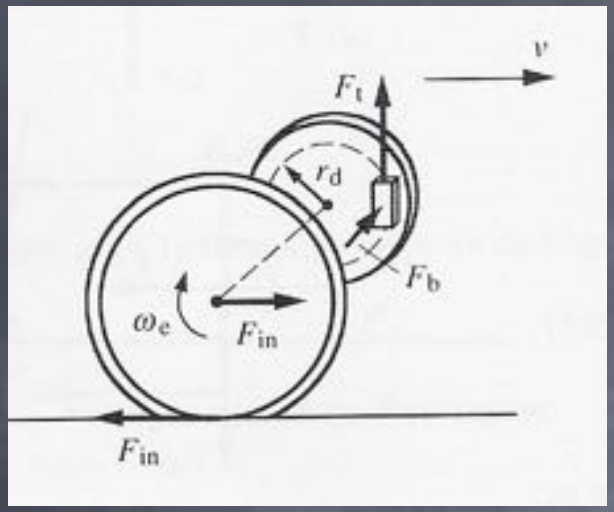
Uma vez que a força máxima que pode ser transmitida às rodas se encontra limitada pela aderência, esta não pode ser excedida sob o risco de ocorrer patinagem.

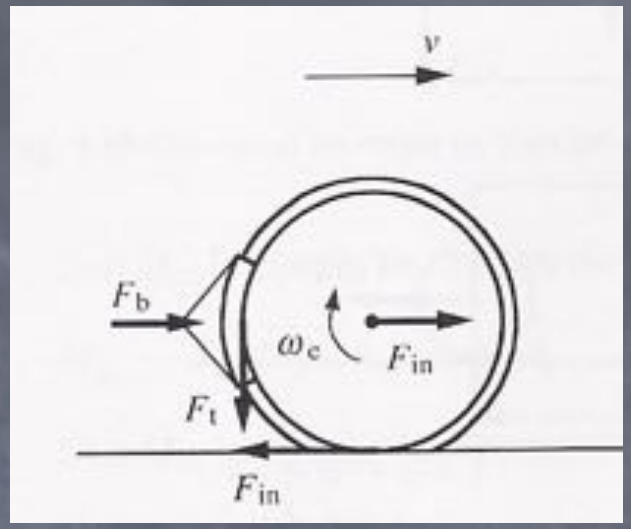


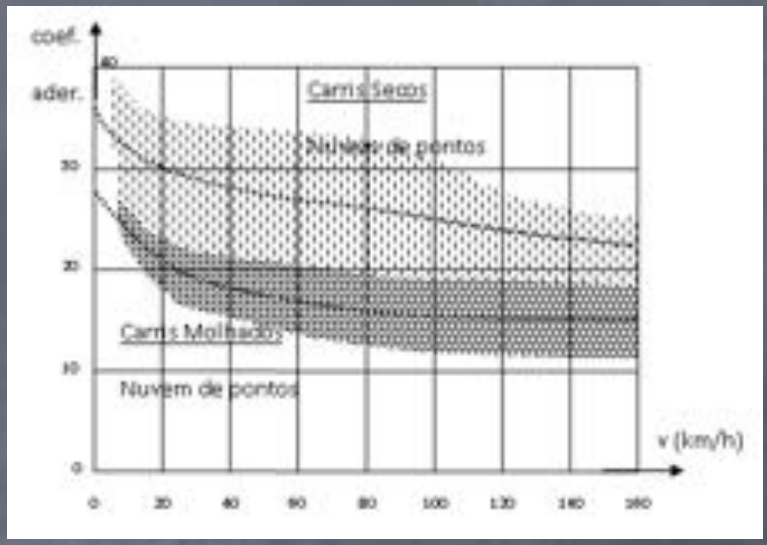
$$F_{\max|\text{arranque}} < F_{ad}|_{v=0} = \mu_0 P_{\text{no eixo}}$$

Esta expressão refere-se apenas a um único eixo motorizado...

Aderência







No processo de travagem (quer seja por disco ou por calço) também se deve ter em conta o fenómeno da aderência, e manter a força de travagem abaixo da força máxima transmissivel às rodas.

Neste caso deve considerar-se como coeficiente de aderência o valor mínimo de cada zona.

Capacidade de aceleração

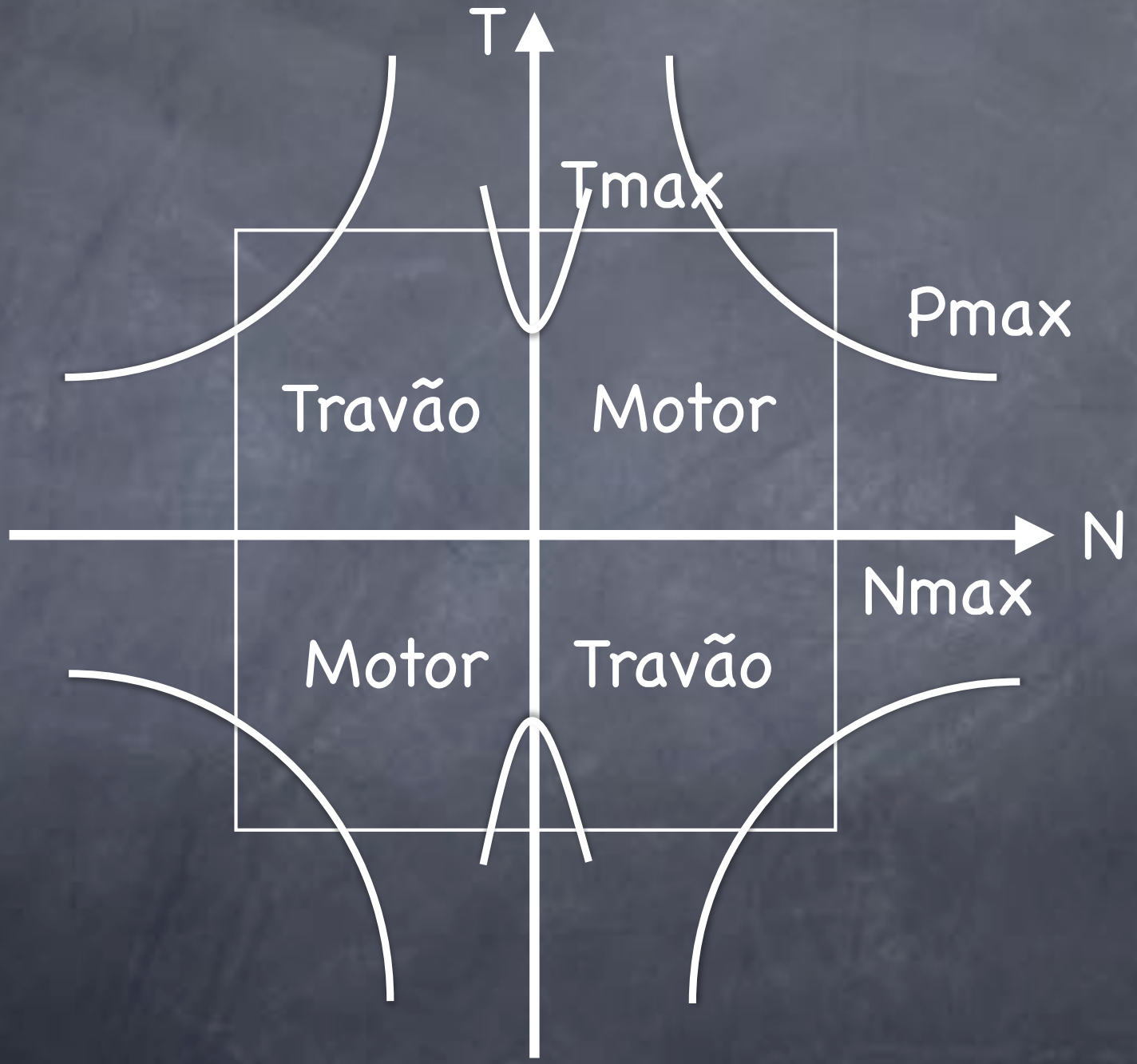
$m*a = Fin - Fex = Fin - Ff - Fa - Fd - Fc - Fg$
com $|Fin| < |Fad|$

Tipo de comboio	Aceleração máxima (m/s^2)
Mercadorias pesadas	0,02-0,1
Mercadorias	0,1-0,2
Passageiros (urbano)	0,3-0,4
Passageiros (interurbano)	0,8-1,2
Metros	1,0-1,3

A variação de aceleração deve ser limitada a valores no intervalo [0,5 ; 0,75] m/s^3



Capacidade de tracção

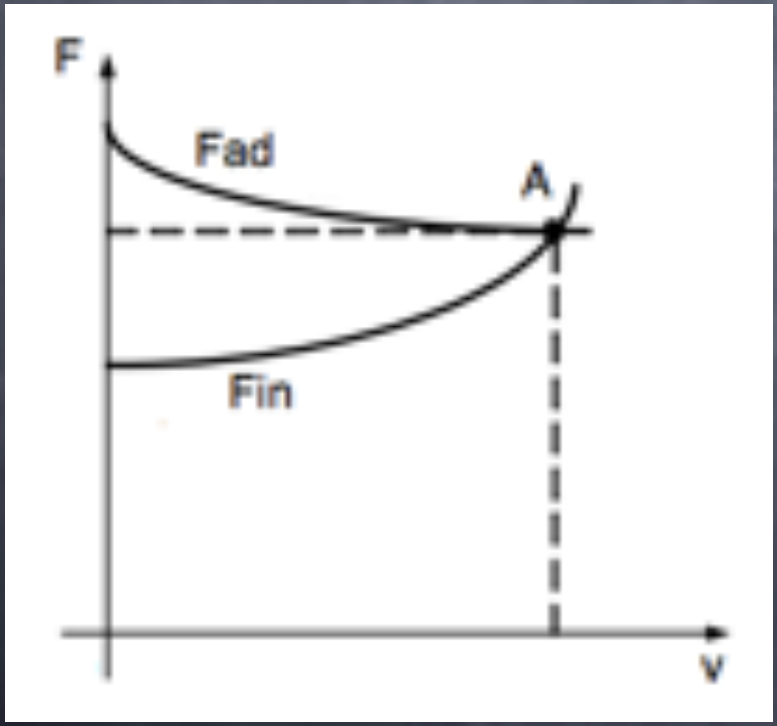


Capacidade de tracção

Considere-se um comboio de mercadorias, em velocidade constante, numa via com um determinado coeficiente de aderência (considere-se também um declive máximo)

$Fin = Fex = Ff + Fa + Fd + Fc + Fg \approx a + bv + cv^2$

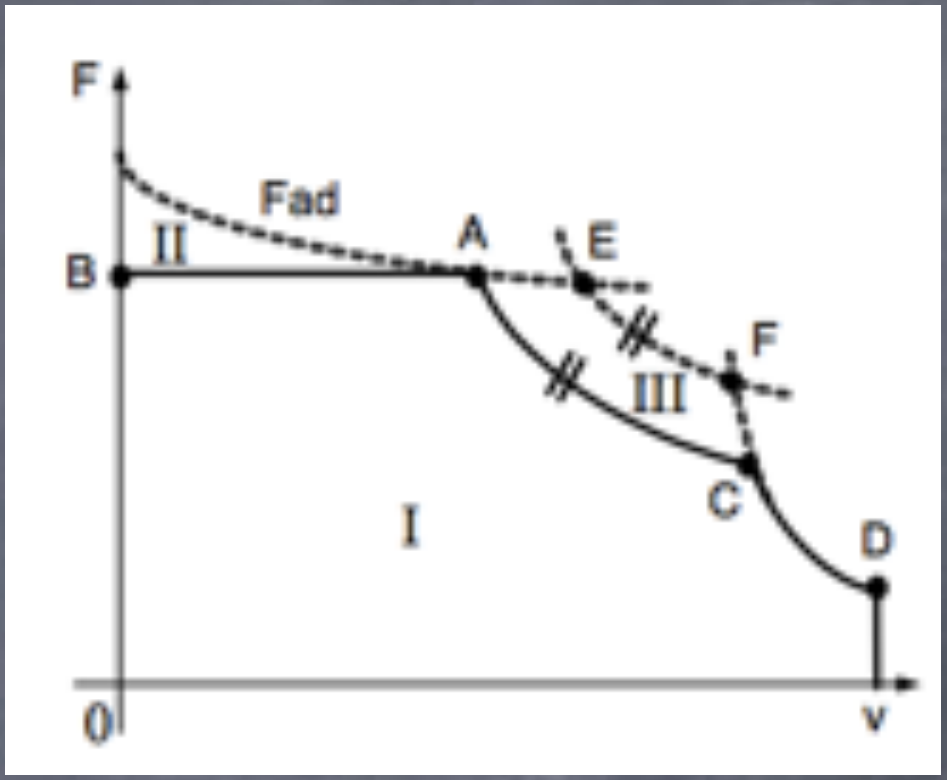
$Fad = \mu P$



O ponto A define a potência em regime permanente, para um comboio de mercadorias (limite da aderência)

Capacidade de tracção



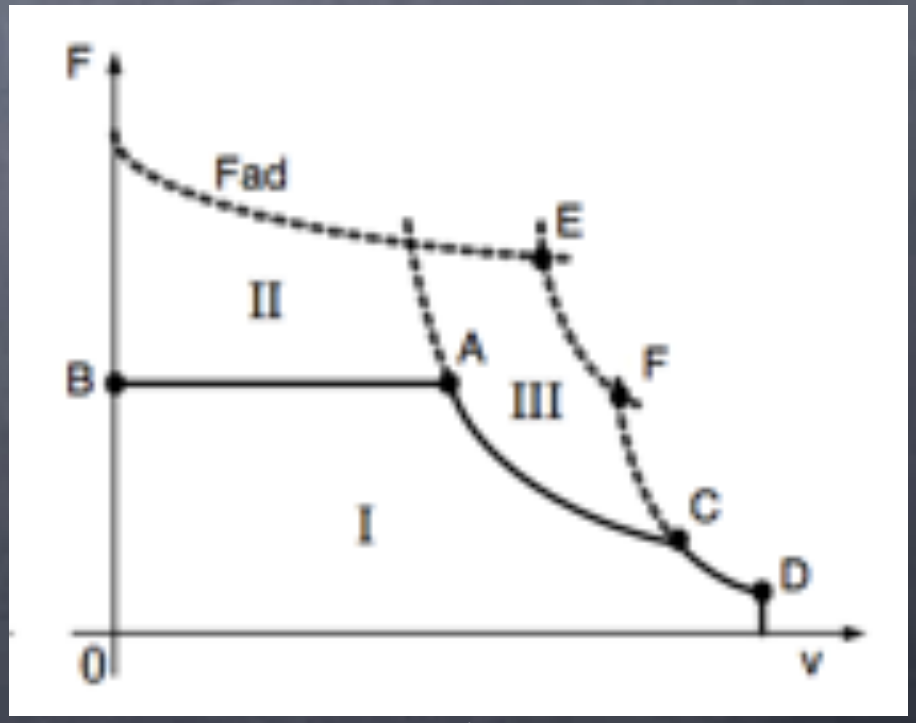


Característica mecânica de um comboio de mercadorias

A-B : operação em regime permanente
A-C : operação em potência máxima
C-D : operação em potência máxima a alta velocidade
D : velocidade máxima (tipicamente 30% acima da nominal)

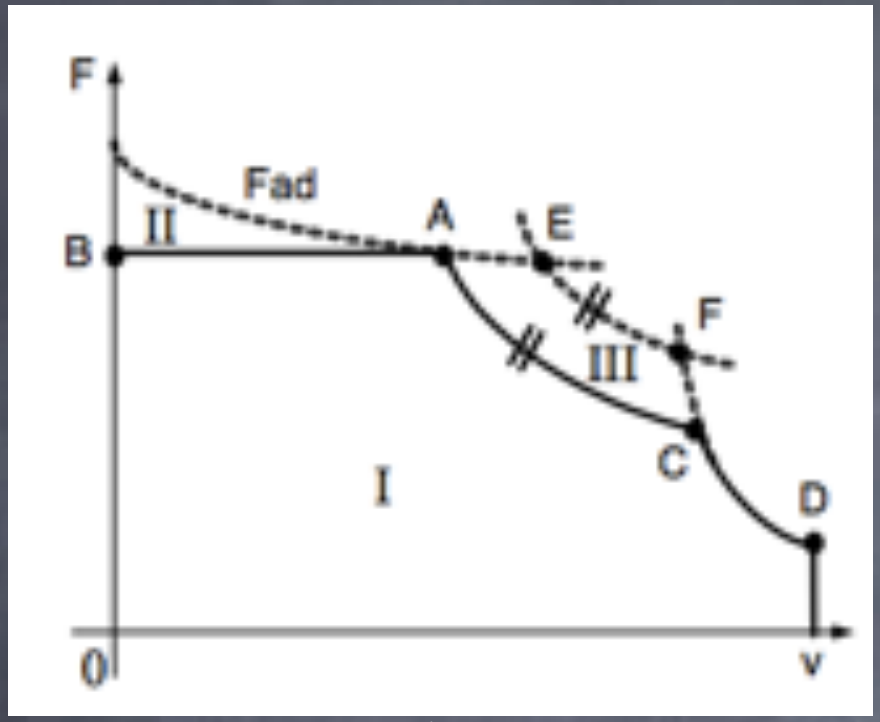
Capacidade de tracção

- Num comboio de passageiros a potência em regime permanente é habitualmente definida pelos valores máximos desejados para a velocidade e aceleração.
- Ao contrário dos comboios de mercadorias (que são caracterizados por forças elevadas e baixas velocidades), os comboios de passageiros são caracterizados por forças reduzidas e velocidades elevadas.
- A potência em regime permanente para um comboio de passageiros define-se a partir da velocidade desejada (constante) para a condição de inclinação máxima.

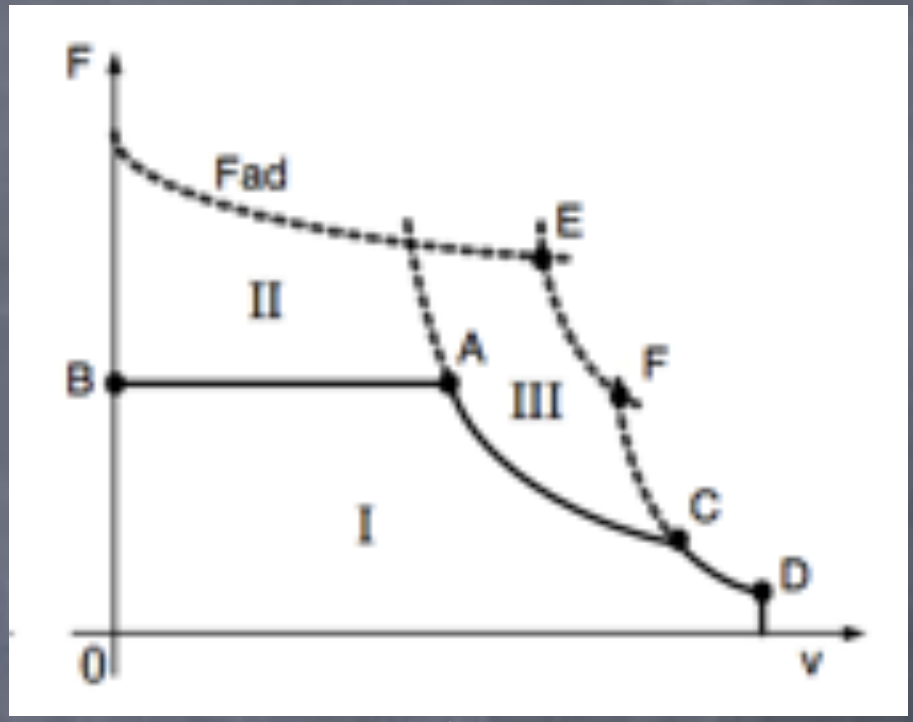


Característica mecânica de um comboio de passageiros

Capacidade de tracção



Característica mecânica de um comboio de mercadorias



Característica mecânica de um comboio de passageiros

I - zona de operação normal

II - zona de operação em sobrecarga (corrente) de curta duração / zona de arranque

III - zona de operação em sobrecarga (potência)

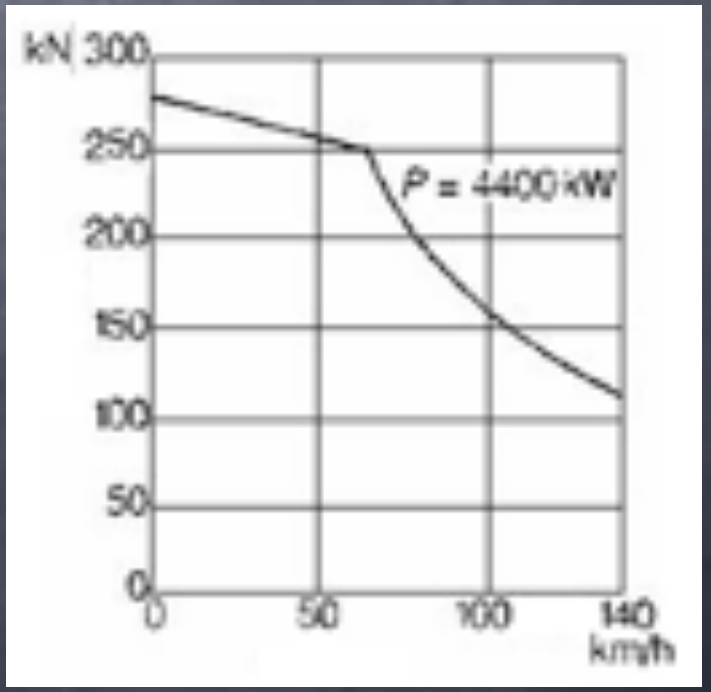
Exemplo de aplicação



Locomotiva OBB 1882 (Austria)

Tipo: B_0B_0
Massa: 83 Ton
Vel max: 140 km/h
D_{roda}: 1,06 m
Razão de transmissão: 1:4,136
Area frontal: 13,23 m²

Potência: 4400 kW
Força arranque: 280 kN
Força em regime permanente: 250 kN



Vagões (13)
Número eixos: 4
Massa: 47,044 ton
Area frontal: 12 m²

Exemplo de aplicação



Locomotiva OBB 1882 (Austria)

$$F_f = R_{loco} m_{loco} + 13 R_{vg} m_{vg}$$

$$F_f = 11{,}64 + 91{,}69 \times 10^{-3} v + 2{,}02 \times 10^{-3} v^2 \quad [kN]$$

$$F_{in} - F_{ext} = m^* a$$

$$m^* = 1{,}1m = 1{,}1\left(83 + 13 \times 47{,}044\right) = 764 \text{ ton}$$